

## Комп'ютерна підтримка дослідницького підходу у математичній освіті, болонський процес та профілізація загальноосвітньої школи

Реальна математика (real mathematics) має дві сторони:

- ◆ Формальна, дедуктивна, рутинна математика – єдиний метод верифікації математичних істин, заключна форма побудованих математичних теорій, “математичний музей”;
- ◆ Неформальна, експериментальна, індуктивна, творча математика – форма існування математичних досліджень (їх “душа”), форма існування процесу творення математики, математики як процесу, “жива математика”.

Математична освіта повинна відбивати обидві сторони реальної математики. Це можливо тільки через проблемний підхід – єдиний метод навчати та вивчати реальну математику. Використання інформаційно-комунікаційних технологій забезпечує потужну підтримку проблемному підходу завдяки можливостям створювати та досліджувати комп'ютерні моделі у середовищах динамічної геометрії (DG) та комп'ютерної алгебри (CAS).

Тривалий досвід розробки та впровадження у навчальний процес з математичних дисциплін дослідницького підходу з ІКТ підтримкою ([1]-[5]) показує, що практично немає задач у математичних курсах як шкільного, так і університетського рівнів, для розв'язування яких дослідницький підхід не міг би бути використаний ефективно і для розв'язування яких не можна було б сконструювати ефективну комп'ютерну модель у відповідному діяльнісному середовищі. Слід зауважити, що поняття “дослідницький підхід” найкращим чином відбиває роль математичної освіти, оживляє її, робить її за змістом і за формою більш адекватною до реальної професійної роботи у галузі математики. Поняття, які були сформовані у зв'язку з розвитком проблемного підходу у математичній освіті відбивають важливі складові (але тільки складові) більш загальної концепції дослідницького підходу у математичній освіті. Проте традиція є традицією, і скрізь у цій статті коли термін “проблемний підхід” буде використовуватись, буде матися на увазі термін “дослідницький підхід” (це справедливо по відношенню до проблемного підходу, оскільки він історично розроблявся раніше, ніж дослідницький і його внесок у дослідницький підхід вагомий з усіх інших досліджень у галузі методів навчання). Дослідницько-проблемний підхід обговорюється на прикладі проблемної галузі “Чотирикутники” у курсі геометрії середньої школи з комп'ютерною підтримкою в оригінальному діяльнісному середовищі DG.

### Тема “Чотирикутники” як проблемна галузь шкільного курсу геометрії

Тема “Чотирикутники” є природною проблемною галуззю у курсі геометрії 8 класу. Дійсно, з одного боку, учні на цей момент знайомі з широким колом властивостей трикутника, оскільки “Трикутники” вже вивчено: рівність трикутників та критерії їх рівності, алгоритми побудови та розв'язування трикутників, описані та вписані кола трикутника. З іншого боку, учні вже знайомі з властивостями деяких спеціальних чотирикутників (паралелограм, ромб, трапеція) за темою “Чотирикутники” шкільної програми, яка за традицією присвячена цим питанням. Таким чином, дослідження чотирикутника загального вигляду є досить природною темою для середньої школи. Більше того, дослідження чотирикутників доцільно проводити під кутом зору можливих подальших узагальнень на п'ятикутники, шестикутники, багатокутники.

Розглянемо це питання з позицій учителя, який повинен виконувати роль провідника (“guide by the side”) в освітньому процесі.

*Контекстна актуалізація знань* – демонстрація та обговорення раніш побудованих експертних систем (ES) для спеціальних типів чотирикутників (паралелограм, ромб, трапеція і т.п.) і обговорення їх властивостей, демонстрація експертних систем для трикутників та обговорення їх властивостей. Слід пояснити термін експертна система у нашому контексті. Він означає комп'ютерну модель відповідного геометричного об'єкта із засобами для зміни їх вихідних параметрів та автоматичним перерахуванням усіх залежних параметрів та зміною зображення. Наприклад, найпростіший шлях сконструювати експертну систему “ES Quadrilateral” у середовищі пакета динамічної геометрії DG є побудова чотирикутника за допомогою інструмента “Polygon” – чотири рази клацнути мишкою на екрані і ми отримаємо динамічний чотирикутник ABCD. Вихідними параметрами чотирикутника будуть служити його вершини A, B, C, D. Можна обчислити будь-які залежні параметри чотирикутника за допомогою відповідних вимірювальних інструментів пакета: довжини сторін, діагоналей, величини кутів та площу. Відповідна експертна система “ES Quadrilateral-1” зображена на Рисунку 1.

*Зауваження 1.* За допомогою експертної системи “ES Quadrilateral-1” можна побудувати практично довільний чотирикутник (правда для цього можливо буде необхідно скористатися інструментом Zoom пакета DG, а також мати на увазі, що координати вершин повинні бути раціональними числами, які відповідають установкам пакета). Але буде зручно будувати довільний чотирикутник тільки у тому випадку, коли він буде заданий координатами своїх вершин, у протилежному випадку впоратися з 8 незалежними параметрами буде складно (кожна вершина є 2-параметричним об'єктом). Зрозуміло, що за допомогою такої експертної системи важко побудувати чотирикутник за довжинами його чотирьох сторін і величиною одного із внутрішніх кутів.

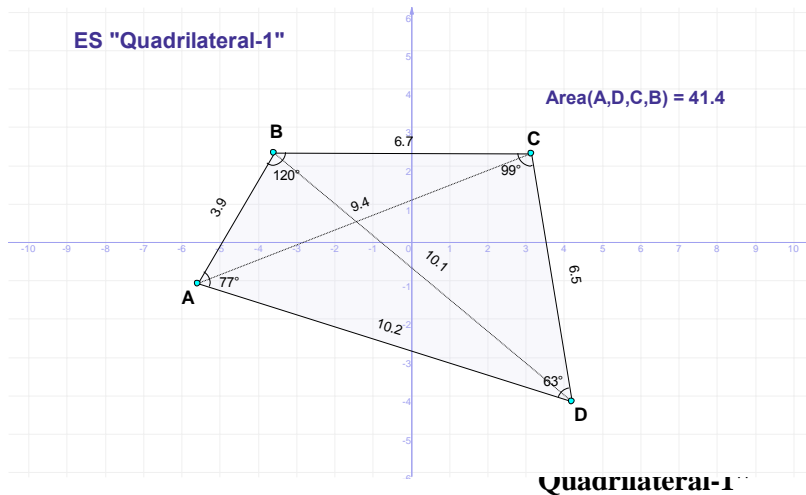


Рисунок 1. Експертна система "ES

*Зауваження 2.* Пошуки мінімальної множини параметрів для конструювання експертних систем є природними навчальними дослідженнями у галузі визначення критеріїв рівності (конгруентності) чотирикутників, алгоритмів побудови відповідних чотирикутників. Ці питання за своєю суттю є дослідницькими і можуть використовуватись для постановки задач, а результатом можуть бути пропозиції щодо конструювання сімейства експертних систем, які відповідають кожному з незалежних та повних наборів параметрів для побудови чотирикутника.

*Зауваження 3.* Якщо будь-які додаткові параметри чотирикутника будуть необхідні, то їх можна додати до динамічного креслення як динамічні надписи, параметри яких будуть автоматично перераховуватись при динамічній зміні параметрів креслення. Наприклад, сума кутів чотирикутника може бути доданою до динамічного креслення, як це показано на Рисунок 2.

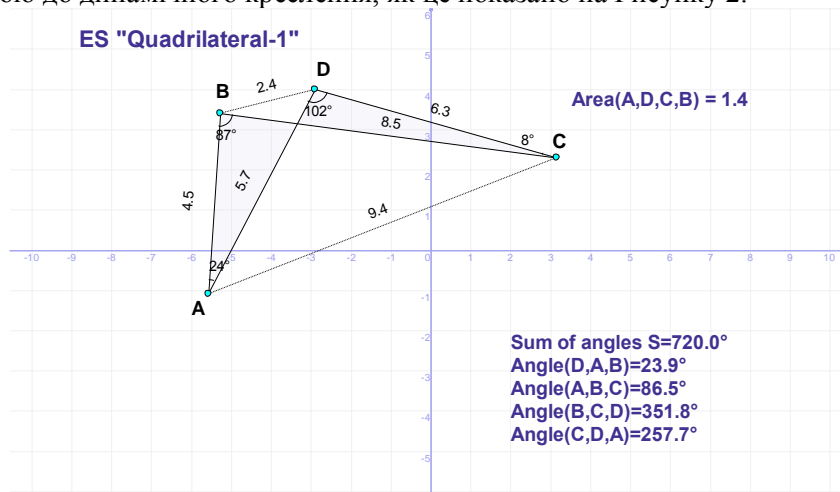
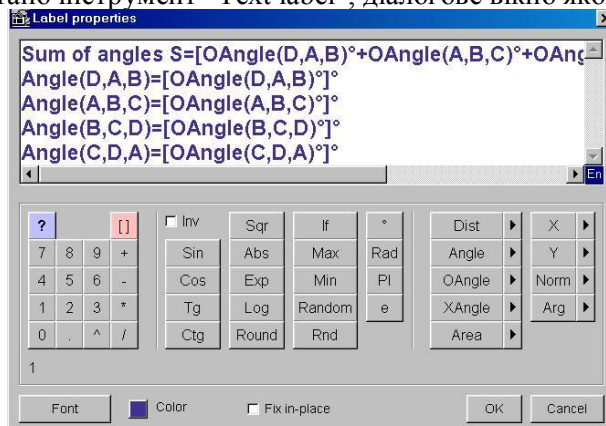


Рисунок 2. Дослідження суми кутів довільного чотирикутника

Як легко помітити у процесі експериментування з динамічним кресленням, що зображене на Рисунок 2, сума кутів довільного чотирикутника без самоперетинів дорівнює  $360^\circ$  і не залежить від виду чотирикутника і навіть від його типу (опуклий чотирикутник, зірковий, і т.п.). Але для чотирикутника з самоперетинами сума орієнтованих кутів чотирикутника може дорівнювати  $360^\circ$ ,  $720^\circ$  або  $1080^\circ$ . Комп'ютерні експерименти дозволяють не тільки відкрити ці цікаві феномени, але й зрозуміти їх причини, а через це – знайти шляхи їх доведення.

Для додавання до динамічного креслення динамічного надпису із сумою орієнтованих кутів чотирикутника було використано інструмент "Text label", діалогове вікно якого подано на Рисунок 3.



### Рисунок 3. Додавання надпису до динамічного креслення за допомогою інструменту "Text Label"

Структура динамічного надпису можна побачити на Рисунку 3 – він може включати в себе тексти та формули з використанням будь-яких елементарних функцій, генератора випадкових чисел, результати вимірювань (відстані, кути (неорієнтовані та орієнтовані), площі, координати точок, і т.п.). Користувач може сконструювати вираз довільної складності і він буде динамічним – автоматично перераховуватись при зміні параметрів креслення. У випадку Рисунка 2 було використано функцію визначення величини орієнтованого кута.

*Постановка задач* (конструювання комп'ютерної моделі проблемної галузі у середовищі пакета DG і експерименти з цією моделлю з метою постановки або уточнення задач);

У випадку чотирикутників це може бути побудова експертної системи "Quadrilateral-2" (Рисунок 4) – побудова та дослідження чотирикутника із заданими довжинами чотирьох його сторін  $a, b, c, d$ . Експерименти із ДК "Quadrilateral-2" можуть допомогти учням у постановці багатьох задач, наприклад:

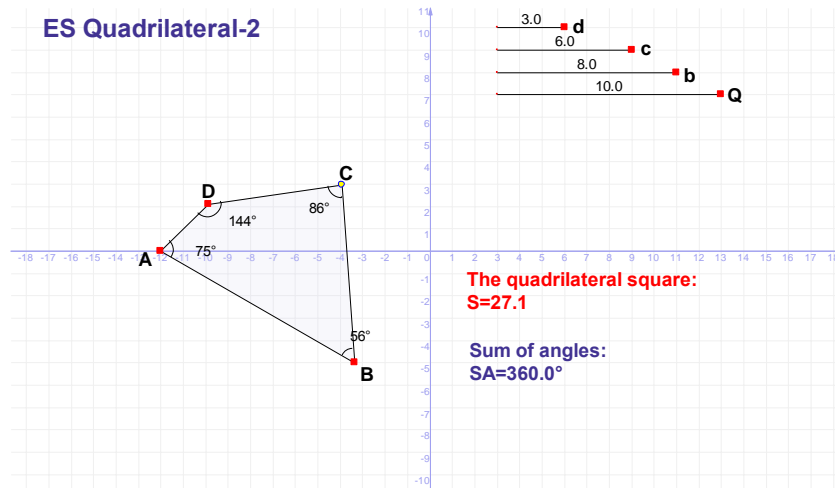


Рисунок 4.

- **Критерії рівності чотирикутників:**
  - ♦ Критерії рівності чотирикутників у термінах довжин його сторін та величин кутів (які множини сторін та кутів визначають чотирикутник?);
  - ♦ Критерії рівності чотирикутників у термінах довжин його діагоналей, сторін, кутів, периметра, площі і т.д.;
- **Критерій для чотирикутника бути вписаним у коло;**
- **Критерій для чотирикутника бути описаним навколо кола;**
- **Екстремальні чотирикутники:**
  - ♦ Чотирикутний шарнірний механізм найбільшої (найменшої) площі;
  - ♦ Чотирикутник заданого периметра максимальної (мінімальної) площі;
  - ♦ Чотирикутний шарнірний механізм найбільшої (найменшої) суми довжин діагоналей;
- **Дослідження властивостей множин точок перетину бісектрис внутрішніх кутів чотирикутника** (наприклад, чи можуть вони перетинатися у кількох точках?).
- **Дослідження точок з мінімальною сумою відстаней до вершин заданого чотирикутника** (випадки опуклого та не опуклого чотирикутників).

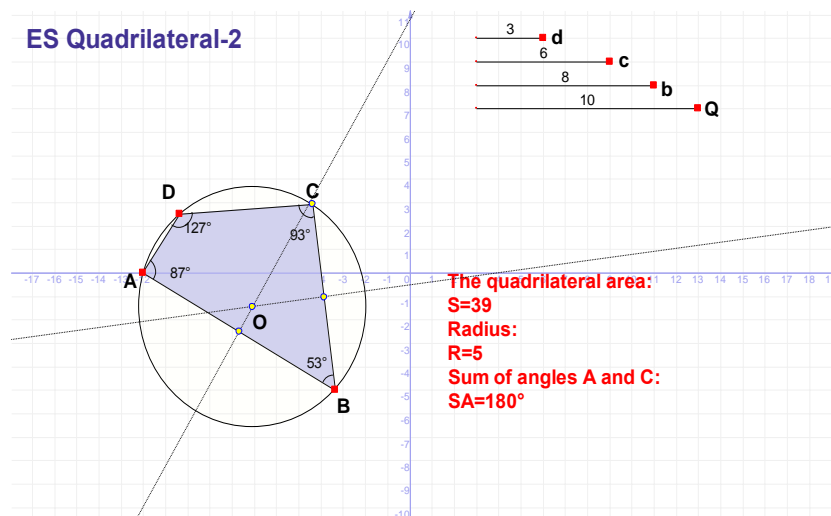
**Формування гіпотез** (комп'ютерні експерименти з комп'ютерними моделями з метою продукування відповідних гіпотез).

У випадку чотирикутників це можуть бути комп'ютерні експерименти з експертною системою "ES Quadrilateral-1" або "ES Quadrilateral-2" для відкриття різноманітних закономірностей, наприклад: критерії рівності чотирикутників (за чотирма сторонами та кутом між двома суміжними сторонами, за чотирма сторонами та кутом між протилежними сторонами, трьома сторонами та двома кутами між ними, двома сторонами та трьома кутами, чотирма сторонами та діагоналлю, і т.д.); необхідні та достатні умови для існування та єдиності чотирикутника із заданою множиною параметрів, шарнірні чотирикутники та їх властивості (наприклад, шарнірні чотирикутники найбільшої або найменшої площі), критерії, які визначають умови, за яких сума орієнтованих кутів чотирикутника дорівнює  $360^\circ$ ,  $720^\circ$  або  $1080^\circ$ ), і т.д.

Процес конструювання чотирикутника за заданою множиною параметрів дає підказки – існує або ні такий чотирикутник, такий чотирикутник єдиний чи ні, як побудувати такий чотирикутник? Більше того, відшукання алгоритму побудови чотирикутника із заданою множиною параметрів (якщо він дійсно був відкритий) дає схему конструктивного доведення відповідного критерію рівності: доведення результативності алгоритму дає доведення існування чотирикутника із заданою множиною параметрів; покроковий аналіз алгоритму побудови може дати доведення єдиності такого чотирикутника.

На Рисунку 5 показано модифіковане динамічне креслення "ES Quadrilateral-2" (додатково побудовано коло, яке проходить через три точки A, B, C та динамічний надпис, який містить суму

двох протилежних кутів чотирикутника). За допомогою цього динамічного креслення легко перевірити за допомогою експериментів, що чотирикутник є вписаним у коло тоді і тільки тоді, коли сума його протилежних кутів дорівнює  $180^\circ$ , а також те, що шарнірний чотирикутник має найбільшу площу тоді і тільки тоді, коли він є чотирикутником, вписаним у коло.



**Рисунок 5. Модифіковане динамічне креслення "ES Quadrilateral-2". Експериментальна перевірка гіпотез**

**Експериментальна перевірка гіпотез** (або конструювання контрприкладів до гіпотез) за допомогою комп'ютерних експериментів з моделлю, розробленою у середовищі пакета DG.

У випадку чотирикутників це може бути конструювання експертних систем для кожного критерію рівності чотирикутників, які дозволяють конструювати чотирикутники із заданою множиною параметрів, а також обчислювати їх різні характеристики; конструювати для кожної гіпотези спеціальні динамічні моделі (або модифікувати вже побудовані раніш, як наприклад було модифіковано модель "ES Quadrilateral-2", яку показано на Рисунку 5).

За допомогою комп'ютерних експериментів учні можуть або знайти контрприклад, який спростовує гіпотезу, або впевнитися у справедливості гіпотези перевіркою великої кількості часткових випадків, в яких гіпотеза підтверджується. Аналіз, чому контрприклад не може бути побудований може дати вказати шлях дедуктивного доведення теореми, яка доводить справедливості гіпотези. За такою схемою ціла низка критеріїв рівності чотирикутників може бути отримана самими учнями. У подальшому учні можуть за аналогічними схемами знайти критерії рівності для п'ятикутників, 6-кутників, n-кутників.

*Зауваження 4.* Дедуктивне доведення тверджень є єдиним коректним доведенням математичних фактів (теорем). І тільки у цьому є різниця між прикладними науками, зокрема природничими та математикою – критерій істинності, який є виключно дедуктивним, логічним доведенням для математики і експериментальною перевіркою для прикладних наук. Вміння проводити бездоганно дедуктивні доведення є однією із найважливіших складових математичної культури, і тому однією з найважливіших складових математичної освіти є сприяння розвитку умінь шукати і проводити дедуктивні доведення. Іншими словами, завжди повинно наголошуватись, що експериментальна математика (відкриття нових математичних фактів та їх експериментальна перевірка навіть на величезній кількості часткових випадків) не є математичним доведенням відповідного факту, а є лише гіпотезою, і тільки дедуктивне доведення може перетворити правдоподібне твердження на теорему – дійсно математичний факт.

**Дедуктивне доведення гіпотез** – послідовне дедуктивне доведення гіпотез (теорем) у пакетах комп'ютерної алгебри - Computer Algebra Systems (CAS), наприклад, Derive, Maple, Matematica, і т.п.. наприклад, у випадку чотирикутників це може бути аналітичне доведення необхідної та достатньої умови обмеження найбільшої площі чотирикутним шарнірним механізмом. Слід зауважити, що тільки у простіших випадках навіть найпотужніші з систем за допомогою CAS можна одержати автоматичне доведення теореми – доведення теорем не є алгоритмічно розв'язуваною проблемою. Тільки людина із своєю інтуїцією, асоціативним мисленням, творчими здібностями може визначити стратегію доведення і кроки його пошуку, проте використання може, а значить і мусить допомогти учневі (дослідникові) впевнитися у правильності стратегії доведення за рахунок автоматичного і бездоганного виконання низки аналітичних перетворень, які і складають врешті решт дедуктивне доведення.

**Експертні системи як інструмент наближеного розв'язування задач** (конструювання та використання інтерактивних моделей у середовищі пакета DG для наближеного розв'язування задач).

У випадку чотирикутників це може бути використання наведених вище експертних систем для наближеного обчислення найбільшої площі, яку обмежує чотирикутний шарнірний механізм, при заданих його параметрах (кути, площа, радіус описаного кола і т.д.). У даному випадку ці параметри можна знайти і аналітично, але це досить трудомісткі задачі, які спираються на узагальнену формулу Герона для обчислення площі вписаного чотирикутника за довжинами його сторін. Разом із тим слід зауважити, що множина задач, які можуть бути розв'язаними точно, незрівнянно вужча ніж множина

задач, які можуть бути розв'язані наближеними методами, яка у свою чергу незрівнянно вужча за множину задач, які можуть бути розв'язані евристичними методами. Створення евристичних методів та їх перетворення у наближені методи розв'язування задач, а через них – у точні методи є важливою рисою математики. Використання пакету DG дозволяє конструювати наближені моделі та використовувати їх для наближеного розв'язування задач. Знайдені наближені розв'язки можуть використовуватись як для потреб практики (наприклад, для наближеного розв'язування реальних задач), так і для потреб теорії (для евристичного пошуку закономірностей, формування гіпотез і т.д.).

### **ІКТ як інструмент впровадження дослідницького підходу у реальну освітню практику**

Використання проблемного підходу тим більше дослідницького у реальній практиці математичної освіти дуже обмежене у всьому світі. Тисячі статей було опубліковано з цього приводу, сотні дисертацій були захищені, було проведено десятки науково-практичних конференцій стосовно цих питань, проте факти з очевидністю свідчать, що проблемно-дослідницький напрямок в освіті широко не використовуються.

Схоже на те, що це дійсно важкий та довгий шлях упровадження у реальну освітню практику проблемно-дослідницького підходу, проте цей шлях вимушено повинен бути результативним, тому що це єдиний шлях, який може впустити у шкільне навчання реальне життя, це єдина можливість для учнів сформулювати адекватну особисту систему знань, це єдина можливість ознайомити учнів із реальними способами існування різних наук і тільки таким чином можна підготувати випускників шкіл до життя у сучасному світі, який все більше перетворюється на світ знань, допомогти учням бути успішними, а значить щасливими, у навчанні протягом життя, у здобуванні нових знань – головній людській діяльності у прийдешньому суспільстві.

### **Програмно-методичний комплекс DG (ПМК DG) та його впровадження в освітню практику у школах України**

ПМК DG був створений творчим колективом ХДПУ ім. Г.С.Сковороди: у 1999-2002 роках (автори: Раков С.А. (науковий керівник), Осенков К. (програміст), Горох В. (математик)) і включає наступні компоненти:

1. Діяльнісне середовище – пакет динамічної геометрії DG;
2. Довідник користувача;
3. Посібник для учня – систематичний опис навчальної діяльності у середовища пакета DG для відкриття геометричних закономірностей через комп'ютерні експерименти;
4. Методичний посібник для вчителя “Відкриття геометрії через комп'ютерні експерименти у середовищі пакета динамічної геометрії DG;
5. Бібліотека динамічних креслень з геометрії – електронна бібліотека (приблизно 1000 креслень) з курсів геометрії для середньої та вищої школи.

ПМК DG був створений на основі ідей, які було відпрацьовано на попередніх пакетах: GEOMED (1993-1994, автори Раков С.А., Богуцький І.П.) та TRAGECAL (1995- 1999, автори Раков С.А., Гармаш О.Ю.).

ПМК DG рекомендовано Міністерством освіти і науки України для використання на уроках математики у загальноосвітніх навчальних закладах. 1500 шкіл України були оснащені ПМК DG в 2003-2004. На жаль ПМК DG ще не використовується ефективно у школах України. Головною перешкодою є неготовність вчителів до його використання, їх неосвідомленість у питаннях використання дослідницького підходу у навчанні.

### **Пропозиції щодо впровадження проблемно-дослідницького підходу з ІКТ підтримкою у педагогічну практику**

Наступні дії можуть сприяти процесу впровадження проблемно-дослідницького підходу у педагогічну практику.

1. **Розробити модульний курс “Дослідницький метод навчання: методологія та ІКТ ресурси” для викладачів університетів, вчителів, студентів педагогічних факультетів.** Проблемно-дослідницький підхід потребує від учителя математики високої кваліфікації у багатьох областях, частина з яких є для нього зовсім новими: він повинен бути до деякої міри математиком-дослідником, менеджером, психологом, тому що проблемно-дослідницький підхід є значно складнішим ніж традиційний метод навчання та вивчення математики. Відповідно до ідей проблемно-дослідницького підходу, усі дійові особи навчального процесу повинні здійснювати активну інтелектуальну роль. Зрозуміло, що учитель завжди буде грати провідну роль, проте ця роль повинна бути досить новою: роль дослідника, роль менеджера, роль провідника. Учитель повинен чути усі продуктивні ідеї, підтримувати їх, організовувати продуктивну дослідницьку роботу, і все це потребує якостей математика-дослідника, менеджера та психолога. Пропонований курс повинен розкривати ідеї методології та методики дослідницької роботи у галузі математики та її підтримки засобами ІКТ (перш за все пакети динамічної геометрії та комп'ютерної алгебри) – **Модуль 1**, а також включати реальні майстерні та проектні роботи з питань організації навчального процесу у формі проблемно-дослідницького підходу з кожного математичного курсу – **Модуль 2**. Цей курс повинен бути якісно розробленим і бути легко доступним для кожного учителя та викладача у різних формах, зокрема у формі дистанційного курсу і бути обов'язковим для кожного вчителя та викладача через систему підвищення кваліфікації. проблемно-дослідницький підхід стосується освіти взагалі, кожного предмету (природничі дисципліни, соціальні, гуманітарні і т.д.), тому аналогічні курси повинні бути розроблені та впроваджені у практику з кожної дисципліни. Ідеї проблемно-дослідницького підходу в освіті є провідною ідеєю як реформування вищої освіти на основі

болонського процесу, так і впровадження профільної загальноосвітньої школи, які в свою чергу є передумовами побудови суспільства знань та гуманізму.

2. **Створити універсальний пакет підтримки дослідницького підходу в математичній освіті на основі найбільш розвинених професійних пакетів:** пакетів комп'ютерної алгебри та динамічної геометрії для підтримки проблемно-дослідницького підходу в освіті. У протилежному випадку, без потужної ІКТ – підтримки на основі універсального пакету дослідницького підходу в математичній освіті, яка може забезпечити можливості суттєво підвищити ефективність дослідницької роботи, проблемно-дослідницького підхід є дуже трудомістким і не може реально бути використаним у реальній педагогічній практиці. Багато із сучасних пакетів можна розглядати як кроки на шляху створення такого пакету дослідницького підходу в математичній освіті: серія графічних калькуляторів TI, пакети Cabri, Sketchpad, Cinderella, Gran1, Gran2D, Gran3D, DG, Derive, Maple, Matematica і т.д. Нова генерація дослідницького підходу в математичній освіті повинна значно більше інтегрувати можливості використання програм комп'ютерної алгебри та динамічної геометрії, а також бути оснащеною більш природним та адаптивним інтерфейсом, підтримувати різноманітні специфічні освітні функції, наприклад, експертний режим роботи – розв'язування типових задач з відповідними покроковими роз'ясненнями, підтримувати режим тестування – створення інтерактивних тестів та забезпечення власне процесу тестування. Такий пакет дослідницького підходу в математичній освіті можна було б назвати DM (Dynamic Mathematics).

3. **Розробити комп'ютерну бібліотеку математичних інтерактивних освітніх матеріалів для дослідницького підходу в математичній освіті, які локалізовані для програми з математики.** Універсальний пакет підтримки дослідницького підходу в математичній освіті сам по собі не може допомогти вчителю та учню використовувати його для проблемно-дослідницького підходу, тому що підготовка комп'ютерно-орієнтованих дидактичних матеріалів є висококваліфікованою роботою (у математиці, програмуванні, дизайні), а також дуже трудомісткою для учителя. Слід зауважити, що комп'ютерно-орієнтовані дидактичний матеріал мусить тільки сприяти творчій освітній діяльності, а не підміняти її, більш за те, комп'ютерно-орієнтовані дидактичні матеріали повинні стимулювати вдосконалення або модифікування існуючих комп'ютерних моделей та створення нових як вчителями, так і учнями самостійно. Таким чином, комп'ютерно-орієнтовані дидактичні матеріали повинні бути депозитарієм великої кількості високоякісних освітніх матеріалів (різноманітних за формами використання: демонстрації, анімації, довідникові системи, експертні системи (розв'язувачі типових задач), комп'ютерні моделі для навчальних досліджень: маніпулювання, дослідження, евристичного пошуку рішень, побудови котрприкладів, розмаїття прикладів ефективного використання інструментарію універсального пакету підтримки дослідницького підходу в математичній освіті). Кожний учитель і кожний учень повинні мати високоєфективні засоби створення своєї приватної колекції комп'ютерно-орієнтованих дидактичних матеріалів як з використанням готових матеріалів, так і матеріалів, які розроблені самостійно.

4. **Розробити Web-сторінку для онлайн-підтримки роботи із впровадження проблемно-дослідницького підходу в освітню практику.** Такий освітній сайт повинен включати в себе всі можливі освітні матеріали для підтримки курсу навчання математики:

**Адміністративні матеріали:** Національний стандарт, Навчальні програми, Тести успішності, і т.п.;

**Матеріали для учня:** Підручники, Робочі зошити, універсального пакету підтримки дослідницького підходу при навчанні математики, комп'ютерно-орієнтованих дидактичних матеріалів, Діагностичні тести, Форум, on-line підтримка, і т.д.

**Матеріали для учителя:** Методичний посібник з використання універсального пакету підтримки дослідницького підходу при навчанні математики, методичний посібник з використання комп'ютерно-орієнтованих дидактичних матеріалів, розробки навчальних досліджень, Форум, on-line підтримка, і т.д.  
Зазначені матеріали дійсно могли би сприяти впровадженню проблемно-дослідницького у освітню практику, змістовно сприяти болонському процесу вдосконалення вищої освіти та вдосконаленню загальноосвітньої школи на шляхах її профілізації.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Раков С.А., Ніколаєвська М.І., Олійник Т.О., Організація навчальних дослідницьких робіт з основ математичного аналізу засобами пакета MathCAD, "Основа", Харків, 1993 р., 132 стор.
2. Раков С.А., Горох В.П., Комп'ютерні експерименти в курсі геометрії, РЦНІТ, Харків, 1996, 176 стор.
3. Раков С.А., Олійник Т.А., Скляр Е.В., Використання пакета Derive у курсі математики, РЦНІТ, Харків, 1996, 160 стор.
4. Раков С.А., Горох В.П. і ін., Інформаційні технології в аналітичній геометрії, РЦНІТ, Харків, 2000, 190 стор.
5. Раков С.А., Горох В.П. і ін., Відкриття геометрії через комп'ютерні експерименти в пакеті DG, Харків, ХДПУ ім. Г.С.Сковороди, 2002, 136 стор.