

Програмування навчальної діяльності студентів на практичних заняттях з механіки з використанням графів

Актуальність роботи. Організація професійної діяльності людини на сучасному етапі відбувається із застосуванням мережевих інформаційних технологій таких, як INTERNET, тьюторські мережі дистанційного навчання, що підтримуються програмними продуктами MOODLE, LEARNING SPACE та ін. Теоретичною основою для організації електронної мережі є граф [1], тому подання професійної діяльності у вигляді графу дає змогу розробити відповідний алгоритм і запрограмувати її. Одним із завдань навчання курсу фізики в сучасних умовах є формування таких способів розумової діяльності у студентів, які б забезпечили використання мережевих технологій в своїй професійній діяльності. Основою для формування таких способів мислення на заняттях з фізики є представлення системи знань курсу з фізики у вигляді графів [2-7].

Метою роботи є формування навичок використання реляційних графів для проведення практичних занять з механіки. Реляційний граф для представлення знань розділу „Механіка”, наведений в [5,6] і зображений на рис.1.

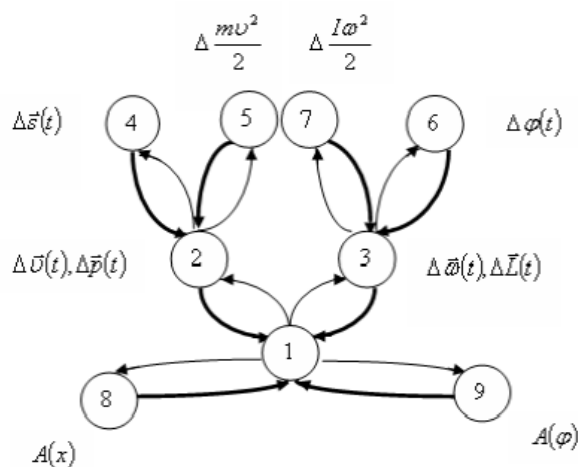


Рис.1 Просторовий реляційний граф, що відображає інтегрально-диференціальні співвідношення між фізичними величинами в механіці.

На рис.1 позначені: вершина 1- $\{\vec{a}(t), \vec{F}(t)\} \cup \{\vec{\varepsilon}(t), \vec{M}(t)\}$, вершина 2 – $\{\vec{v}(t), \vec{p}(t)\}$, вершина 3 – $\{\vec{\omega}(t), \vec{L}(t)\}$, вершина 4 – $\vec{s}(t)$, вершина 5 – $\frac{mv^2}{2}$, вершина 6 – $\varphi(t)$, вершина 7 – $\frac{I\omega^2}{2}$, вершина 8 – $A(x) = \int_{x_1}^{x_2} F(x)dx$, вершина 9 – $A(\varphi) = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M(\varphi)d\varphi$.

Товстою лінією на графі позначені дуги, що представляють диференціальні співвідношення між елементами множин змін фізичних величин, а тонкою – дуги, що представляють інтегральні співвідношення між ними. На рис. 2 наведені два підграфи, об'єднання яких є графом, зображеним на рис.1.

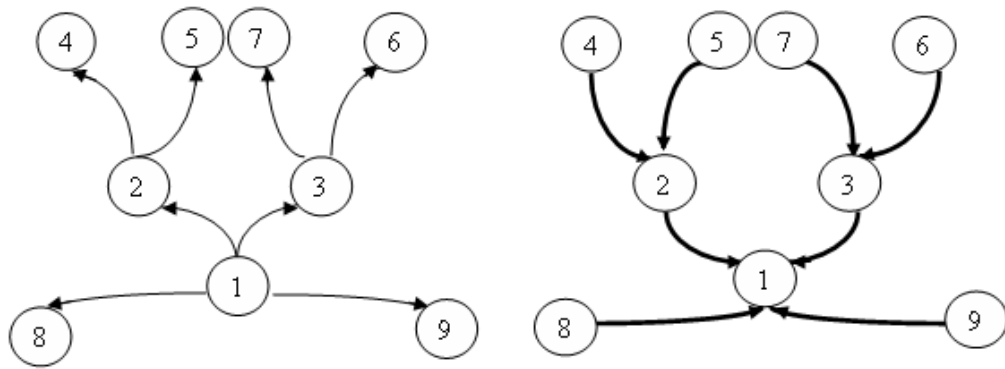


Рис.2 Підграфи графу, зображеного на рис.1, що представляють інтегральні (А) та диференціальні (Б) співвідношення між фізичними величинами в механіці.

Дугами графів позначені оператори, що пов'язують фізичні величини. Оператор $\widehat{R}_t = \frac{d}{dt}$ пов'язує ряд величин кінематики: наприклад, кутову швидкість та кутовий шлях, кутову швидкість та кутове прискорення матеріальної точки, що рухається по колу:

$$\omega(t) = \widehat{R}_t \varphi(t) \quad \varepsilon(t) = \widehat{R}_t \omega(t) \quad (1)$$

Оператор $\widehat{R}_\omega = \frac{d}{d\omega}$ пов'язує момент імпульсу та кінетичну енергію:

$$L = \widehat{R}_\omega \left(\frac{I\omega^2}{2} \right) \quad (2)$$

Зворотні відображення передаються інтегральними операторами. Наприклад, перехід від $\varepsilon(t)$ до $\omega(t)$ можна передати за допомогою інтегрального оператора:

$$\Delta\omega(t) = \widehat{R}_t^{-1}\varepsilon(t) = \int_{t_1}^{t_2} \varepsilon(t)dt \quad (3)$$

Застосуємо графи, зображені на рис. 1, 2 до розв'язку задач з механіки, наведених у [8].

Задача 1.271. Потенціальна енергія частинки має вигляд: $U = -ax + b \cdot \ln(x^2 + y^2)$, де a, b - сталі. Визначити силу \vec{F} , що діє на частинку в точці з координатами x_0, y_0 .

Розв'язання задачі виконаємо з використанням графу. Диференціальний перехід від вершини 8 до вершини 1 заданий дугою, якій відповідає диференціальний оператор \hat{R}_r :

$$F = -\frac{dU}{dr} = -\hat{R}_r U \quad (4)$$

Знайдемо складові вектора \vec{F} по координатах:

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x} = a - b \cdot \frac{2x}{x^2 + y^2} \quad (5)$$

$$F_y = -\frac{\partial U}{\partial y} = ax - b \cdot \frac{2y}{x^2 + y^2} \quad (6)$$

Тоді сила \vec{F} як вектор задається своїми складовими в точці (x_0, y_0) :

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} = \left(a - \frac{2bx_0}{x_0^2 + y_0^2} \right) \vec{i} + \left(ax_0 - \frac{2by_0}{x_0^2 + y_0^2} \right) \vec{j} \quad (7)$$

Задача 1.192. На тіло діє сила, модуль якої змінюється за законом $F = At^2 + Bt$, де $A = 3 \frac{H}{c^2}$, $B = 2 \frac{H}{c}$, t – час, с. Визначити модуль імпульсу тіла в момент часу $t_1 = 2c$, якщо при $t=0$ імпульс тіла дорівнював нулеві.

Для розв'язання задачі виконаємо інтегральний перехід від вершини 1 до вершини 2 графу:

$$p(2) - p(0) = \int_0^2 F(t)dt \quad (8)$$

підставимо в інтеграл вираз для $F(t)$ і виконаємо інтегрування:

$$\int_0^2 (At^2 + Bt)dt = \int_0^2 At^2 dt + \int_0^2 Btdt = 12 \left(\frac{\kappa \mathcal{E} \cdot \mathcal{M}}{c} \right) \quad (9)$$

Задача 1.168. Суцільний циліндр, маса якого m і радіус R , обертається навколо своєї осі за законом $\varphi = A \sin \omega t$. Як залежить від часу момент сили, що діє на циліндр, і момент імпульсу циліндра ?

Для визначення залежності моменту сили від часу скористаємось основним законом динаміки обертального руху:

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{J} \cdot M(t), \quad (10)$$

де $J = \frac{1}{2} \cdot mR^2$ – момент інерції суцільного циліндра відносно осі, яка проходить через основи циліндра, $M(t)$ – момент сил, $\varepsilon(t)$ – кутове прискорення.

Для визначення залежності $\varepsilon(t)$ скористаємось диференціальним переходом від вершини 3 до вершини 1 графу:

$$\varepsilon(t) = \hat{R}_t \omega(t) = \frac{d\omega(t)}{dt} \quad (11)$$

та диференціальним переходом від вершини 6 до вершини 3 графу:

$$\omega(t) = \hat{R}_t \varphi(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt} \quad (12)$$

За відомим законом залежності кутового переміщення від часу знаходимо $\omega(t)$:

$$\omega(t) = \frac{d}{dt} (A \sin \omega t) = A \omega \cos \omega t \quad (13)$$

та $\varepsilon(t)$:

$$\varepsilon(t) = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt} (A \omega \cos \omega \cdot t) = -A \omega^2 \sin \omega \cdot t = A \omega^2 \cos \left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (14)$$

Підставивши вирази для $\varepsilon(t)$ та J у вираз для $M(t)$, отримуємо закон залежності моменту сили від часу:

$$M(t) = \frac{1}{2} \cdot mR^2 \cdot A \omega^2 \cos \left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (15)$$

Для визначення залежності моменту імпульсу від часу виконаємо інтегральний перехід від вершини 1 до вершини 3:

$$L(t) = \int_0^t M(t) dt = \frac{1}{2} mR^2 A \omega^2 \cdot \int_0^t \cos \left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2} \right) dt = \frac{1}{2} mR^2 \cdot A \cdot \omega \cdot \cos \omega t \quad (16)$$

Задача 1.58. Кутове прискорення вала $\varepsilon_z = -1 \frac{\text{рад}}{c^2}$. Скільки обертів зробить вал при разі зменшенні частоти обертання від $n_1 = 1440 \text{хв}^{-1}$ до $n_2 = 360 \text{хв}^{-1}$. За який час це відбудеться?

Для розв'язання задачі використаємо інтегральний перехід від вершини 1 до вершини 3 графу:

$$\int_0^t \varepsilon_z dt = \omega - \omega_0, \quad (17)$$

звідки після інтегрування маємо:

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon_z t \quad (18)$$

Враховуючи, що $\omega = 2\pi \cdot n_2$, $\omega_0 = 2\pi \cdot n_1$, маємо:

$$t = \frac{2\pi(n_2 - n_1)}{\varepsilon_z} = 113(\text{с}) \quad (19)$$

Для визначення кількості обертів необхідно знайти кутовий “шлях”, пройдений валом при зменшенні частоти. Здійснивши інтегральний перехід від вершини 3 до вершини 6 графу, отримуємо:

$$\Delta\varphi(t) = \int \omega(t) dt = \int (\omega_0 + \varepsilon_z t) dt = \omega_0 \cdot t + \varepsilon_z \frac{t^2}{2} \quad (20)$$

Підставивши в останню рівність дані умови та значення часу, протягом якого зменшиться частота від n_1 до n_2 , маємо:

$$\Delta\varphi = 10646,86 \text{рад} \quad (21)$$

Розділивши знайдений кутовий шлях на 2π , легко визначаємо кількість обертів:

$$N = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} = 1695 \quad (22)$$

Таким чином, представлення знань розділу „Механіка” загального курсу фізики у вигляді графу дозволяє алгоритмізувати діяльність студентів з розв'язування задач розділу „Механіка”.

ЛІТЕРАТУРА

1. Д.Кнутт Искусство программирования.- М.-С.Пб., изд. дом «Вильямс», 2001.
2. www.bondGraphs.com

3. В.Ф. Савченко, Х.С. Мушегян Застосування елементів теорії графів при викладанні фізики. Збірник „Викладання фізики в школі” під ред. Є.В.Коршака. – К., Рад.школа, 1981, С. 18 - 23.
4. О. М. Поколенко Фізичний практикум з використанням елементів проблемності та математичної теорії графів// Автореф. дис. канд. пед. наук, 13.00.02/ Укр. пед. ун-т ім. М.П. Драгоманова. – К., 1994.
5. В. Д. Швець Програмування навчальної діяльності студентів з особливими потребами при вивченні розділу „Механіка” // Актуальні проблеми навчання та виховання людей з особливими потребами: Зб. наук. праць/ Відкр.міжн.ун-т розвитку людини „Україна”. – К., №1(3), 2004 р., С. 258-268.
6. www.e.iatp.org.ua/atutor
7. В. Д. Швець Теоретичні основи програмування навчальної діяльності студентів у процесі вивчення електродинаміки // Комп’ютерно-орієнтовані системи навчання : Зб. наук. праць / Нац. пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – К., № 3(10), 2005,С.295-304.
8. Загальний курс фізики. Зб. задач за ред. проф. І.П.Гаркуші. – К., Техніка, 2003 р.