

Дослідницький підхід у навчанні учнів елементів стохастичності з використанням інформаційних технологій

Створення умов для розвитку особистості і творчої самореалізації кожного громадянина України, виховання покоління людей, здатних ефективно працювати і навчатися протягом всього життя, є основними завданнями реформування змісту освіти. Формування особистості, яка має знання і досвід, достатні для пошуку, осмислення й використання отриманих відомостей, а також для розв'язування обчислювальних завдань, залишається актуальною проблемою сучасного навчання.

Зростання ролі наукового підходу до будь-якої діяльності обумовлює необхідність формувати дослідницькі уміння учнів на ранніх етапах навчання. Формування дослідницьких умінь учнів потребує певного досвіду. І стохастична змістова лінія, що закладена в стандарті загальноосвітньої школи, як ніяка інша, придатна для цих цілей у навчанні математики.

Дослідницький підхід у навчанні в своїх працях розглядали І.В.Дорно, Т.А.Камишнікова, І.Я.Лернер, М.І.Махмутов, Ю.В.Сенько, М.М.Скаткін, В.В.Успенський й ін. Різні аспекти розв'язування проблеми формування дослідницьких умінь учнів розглянуті у наукових дослідженнях В.І.Андреєва, О.І.Анісімової, С.І.Бризгалової, В.К.Буряка, А.Г.Юдко, А.Ю.Карлашук, І.А.Кравцової, Г.М.Морозова, Н.Г.Недодатко, В.Л.Пестерової, І.І.Процик, М.Б.Раджабова, С.А.Ракова, О.В.Резіної, Г.В.Токмазова та ін. Проблема змісту та методики навчання учнів елементів стохастичності в шкільному курсі математики приділяли й приділяють велику увагу провідні науковці та педагоги: Б.В.Гнеденко, М.І.Жалдак, А.М.Колмогоров, Г.О.Михалін, Д. Пойа, А.Реньі, М.І.Ядренко та ін.

Проте створення методики навчання елементів стохастичності з використанням комп'ютерних технологій в шкільному курсі математики, орієнтованої на формування навчально-дослідницьких умінь учнів, залишається актуальною проблемою сьогодення. Мета статті – розглянути основні вимоги до змісту навчального матеріалу зі стохастичності у шкільному курсі математики та висвітлити можливий дослідницький підхід до навчання учнів елементів стохастичності з використанням педагогічного програмного засобу GRAN1.

На думку С.А.Ракова, дослідницький підхід у навчанні реалізується через дослідницьку діяльність та навчальні дослідження, через рефлексію яких набувається індивідуальна, особистісна методологія проведення досліджень [5]. Тому організація цілеспрямованого процесу навчання елементів стохастичності учнів загальноосвітніх закладів, в ході якої приділяється набуттю учнями вмінь здійснення дослідницької діяльності, потребує особливої уваги.

Під навчально-дослідницькою діяльністю розуміємо діяльність учнів, що організовується педагогом з використанням різноманітних форм навчання та дидактичних засобів, яка спрямована на виявлення й доведення закономірних зв'язків і відношень теоретично аналізованих або експериментально спостережених фактів, явищ, процесів, у якій домінує самостійне свідоме застосування прийомів наукових методів пізнання й у результаті якої учні активно оволодівають знаннями, розвивають свої дослідницькі вміння й здібності. При цьому під «виявленням» розуміється дія, процес, що робить очевидними для кожного учня особисто певні факти, закономірні зв'язки розглядуваних явищ. Головним результатом навчально-дослідницької діяльності учнів вважатимемо інтелектуальний продукт, пов'язаний із встановленням істини в результаті процедури дослідження.

У шкільному курсі математики під «стохастикою» розуміється поєднання початків теорії ймовірностей і математичної статистики. Вивчення елементів стохастичності в шкільному курсі математики впроваджується в Україні з 1996 року.

На рівні обов'язкових результатів навчання в Державному стандарті базової і повної середньої освіти [1] з математики для основної школи передбачено такий зміст навчального матеріалу зі стохастичності: випадкова подія; ймовірність випадкової події; способи подання даних; частота; середнє значення. Основна мета вивчення зазначених тем — сформуванню уявлення про основні поняття теорії ймовірностей та виробити уміння застосовувати їх до розв'язування задач.

В старшій школі Державним стандартом базової і повної середньої освіти [1] з математики передбачено розширення і поглиблення уявлень зі стохастичності: випадкові події; ймовірність випадкової події; умовні ймовірності; незалежні випадкові події; закон великих чисел; означення ймовірностей; статистичні таблиці; ряди розподілу та наочне їх зображення; мода і медіана; середні значення.

Навчання математики в старшій школі має сприяти поглибленню уявлень про математику як елемент загальнолюдської культури, про застосування її в практичній діяльності, в різних галузях науки. Вивчення елементів стохастичності сприяє усвідомленню того, що багато законів природи і суспільства мають ймовірнісний характер, що багато реальних явищ і процесів описуються ймовірнісними моделями, які досліджуються за допомогою методів математики. Тому важливо сформуванню правильне уявлення учнів про теорію ймовірностей як науку, дотримуючись принципу науковості, розширити знання учнів про математичні моделі та навчити будувати ймовірнісні моделі стохастичних експериментів.

Саме моделювання, побудову й дослідження різноманітних моделей вважають потужним засобом вивчення природи, світу та методом пізнання дійсності. Математична модель реального об'єкта або процесу може бути подана у вигляді формули (функції, рівняння, нерівності), таблиці, діаграми, схеми, геометричної фігури, пропорції тощо.

Основним засобом навчання учнів математичного моделювання є задачі. Вдало дібрана система задач забезпечує формування навичок та вмінь і математичного моделювання на досить високому рівні.

На думку науковців [3, 4, 6], розв'язування задач стохастичного характеру:

- сприяє засвоєнню методів і принципів описування реальних ситуацій математичною мовою;
- вчить раціонально вибирати адекватний математичний апарат для вирішення позаматематичних завдань;
- підводить до математичного «відкриття», виховує потребу в розширенні знань;
- підвищує мотивацію введення імовірнісних понять, розвиває інтуїтивне уявлення про ймовірносно-статистичні поняття й методи;
- знайомить учнів з методологією математики й особливим характером стохастичних умовиводів;
- демонструє розбіжність в характері двох світів - світу математики й реальної ситуації;
- дає можливість підсилити міжпредметні зв'язки за допомогою застосування стохастичних методів у різних галузях знання й практики.

Отже, задачі зі стохастики у шкільному курсі математики можна розглядати як засіб формування навчально-дослідницьких умінь учнів.

В процесі добору системи задач зі стохастики важливо дотримуватися таких принципів:

1. Конструювати слід не одну задачу, а систему задач.
2. Конструювання задач має забезпечувати досягнення як найближчої, так і найвіддаленішої навчальної мети.
3. Розв'язування навчальних задач повинно забезпечувати засвоєння системи засобів, необхідних і достатніх для успішної навчальної та дослідницької діяльності учнів.
4. Навчальну задачу належить конструювати так, щоб способи діяльності, які застосовуються для її розв'язування, виступали як прямий продукт навчання.

Використання комп'ютера в навчальному процесі – це, безумовно, дієвий крок на шляху гуманізації навчального процесу та гуманітаризації освіти, орієнтації її на європейські стандарти підготовки фахівців, здатних бути корисними суспільству, ефективно використовувати інформаційні ресурси до розв'язування різноманітних завдань. Використання ППЗ GRAN1 дозволяє ефективно конструювати та досліджувати математичні моделі різноманітних об'єктів та є засобом візуалізації задач та їх розв'язування [2].

Розглянемо використання педагогічного програмного засобу GRAN1 в процесі організації дослідницького підходу при вивченні нормального розподілу статистичних ймовірностей.

Різноманітність явищ сучасного світу зумовлює наявність відповідних розподілів статистичних ймовірностей. Разом з цим багатовікові спостереження та теоретичні дослідження науковців показали, що на практиці найчастіше можна очікувати розподілів певного типу.

Одним із найбільш розповсюджених на практиці розподілів є так званий нормальний розподіл статистичних ймовірностей. Важлива роль нормального розподілу в теорії ймовірностей була відома ще А.де Муавру (1667-1754): він показав, що при великій кількості випробувань розподіл Бернуллі наближається до нормального. Але відкриття нормального розподілу пов'язують з іменами трьох учених, які відкрили його майже одночасно: маловідомий математик із Америки Р.Едрейн (1775-1843) опублікував свої результати в 1808 році, великий німецький математик Ф.Гаус (1777-1855) зробив своє відкриття роком пізніше і знаменитий французький математик П.Лаплас (1749-1827) подав результати своїх досліджень в книзі «Аналітична теорія ймовірностей» в 1812 році. Хоча Едрейн стоїть першим в цьому списку, його робота надалі не здобула такої популярності, як праці Гауса і Лапласа, тому нормальний розподіл ймовірностей називається розподілом Гауса-Лапласа [6]. Вважається, що термін «нормальний розподіл» ввів видатний французький математик А.Пуанкаре (1854-1912).

Нормальний розподіл статистичних ймовірностей з параметрами a і σ – це неперервний розподіл статистичних ймовірностей на множині $\Omega = R = (-\infty; \infty)$, щільність якого f_n^* практично співпадає з функцією

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad x \in (-\infty; \infty) \quad (1)$$

де a і $\sigma > 0$ – задані дійсні числа.

Графік функції $f(x)$ подано на рисунку 1.

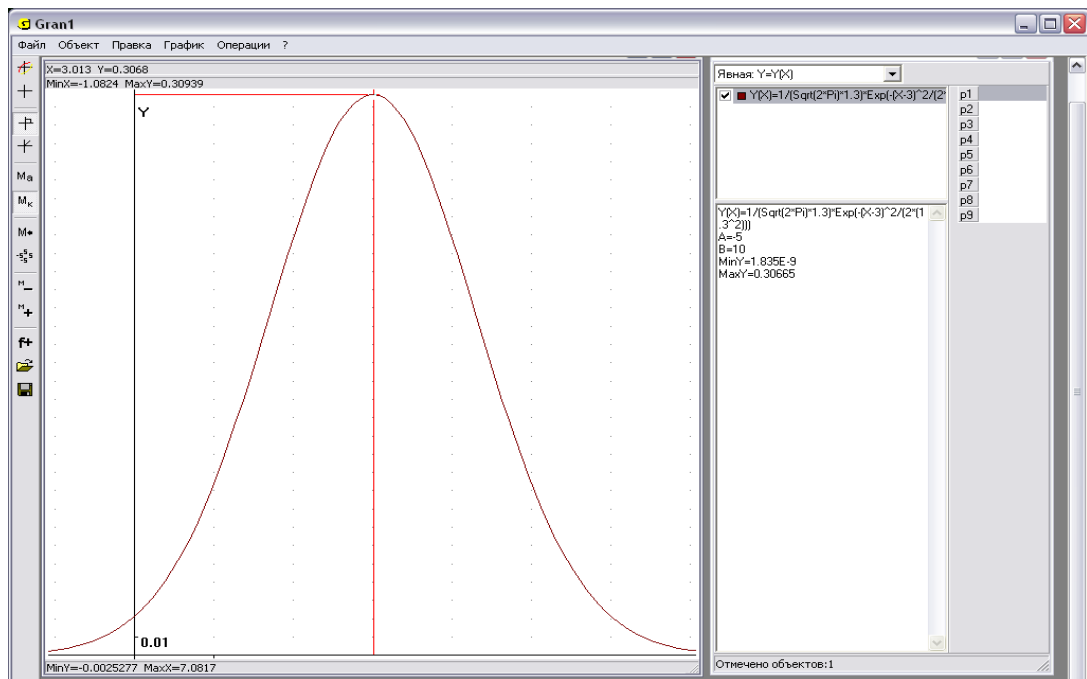


Рис.1. Графік щільності нормального розподілу ймовірностей

Графіки розподілу частот спостережуваних значень таких досліджуваних ознак, як зріст людини, похибки вимірювань, величини зносу деталей в механізмах, помилки стрільби, вага картоплин, величина шуму радіоприймача, коливання курсу акцій, виявляються подібними і схожі з графіком функції, що подано на рисунку 1.

Тобто нормальний розподіл ймовірностей є математичною моделлю цілого ряду ситуацій. Тому нормальний розподіл широко використовується в математичній статистиці, теорії стрільби, при побудові таблиць стрільби, теорії похибок вимірювань тощо.

Завдання 1. Результати вимірювання росту учнів деякої школи подано таблицею:

Зріст, см	134	137	140	143	146	149	152	155	158	161	164	167	170
Кількість учнів	1	6	19	61	127	186	209	179	121	59	23	7	2

Перевірити, що заданий розподіл відповідає нормальному розподілу статистичних ймовірностей. Визначити значення параметрів a і σ . Для цього за допомогою педагогічного програмного засобу GRAN1 побудувати гістограму отриманого розподілу. Використовуючи перемикач педагогічного програмного засобу GRAN1 *Операції/Статистика/Щільність нормального розподілу за вибіркою*, побудувати криву Гауса, що відповідає заданому розподілу. Зберегти отримані результати.

Завдання 2. В ході вимірювання маси деталей отримали наступні значення в г:

10.7, 9, 13.9, 9.4, 11.9, 11.3, 10.5, 9.9, 7.4.

Перевірити, що заданий розподіл відповідає нормальному розподілу статистичних ймовірностей. Визначити значення параметрів a і σ . Зберегти отримані результати.

Розв'язування завдання 1 та завдання 2 подано на рисунках 2 та 3 відповідно.

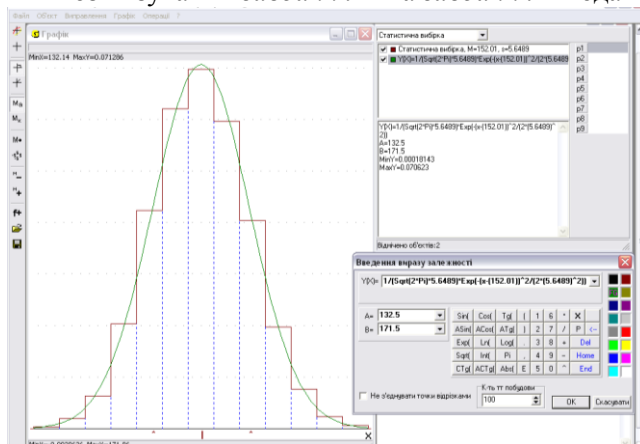


Рис. 2

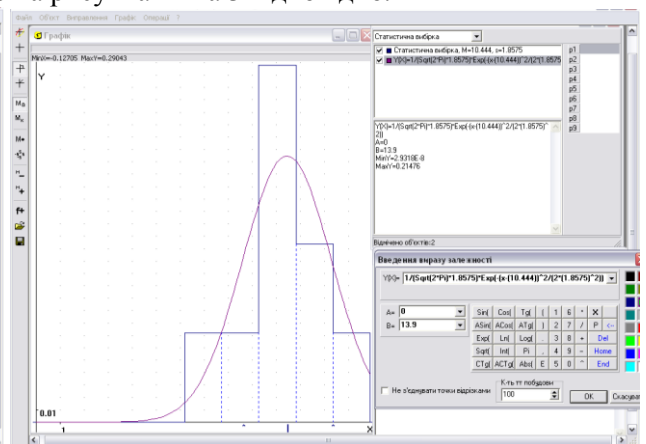


Рис. 3

Вважається, що активність сприймання матеріалу, наочність, подана на екрані комп'ютера, сприймається більш результативно, ніж та ж сама у друкованому вигляді. А візуальне сприйняття, що активізує мислення учнів, дає змогу робити «відкриття», сприяючи формуванню яскравого видимого образу. Розв'язування завдання 1 та завдання 2 за допомогою педагогічного програмного засобу GRAN1 дозволяє побачити учням, що крива Гауса є математичною моделлю різних процесів дійсності. Форма отриманих кривих має схожий характер.

Завдання 3. За збереженими результатами розв'язування завдання 1 та завдання 2 визначити основні властивості функції $f(x)$.

В ході аналізу (з використанням педагогічного програмного засобу GRAN1) отриманих графіків функції $f(x)$ учні самостійно отримують її основні властивості:

1. $D(f) = R = (-\infty; \infty)$;
2. $E(f) = [0; \infty)$;
3. Графік функції $f(x)$ є симетричним відносно прямої $x = a$;
4. Функція $f(x)$ зростає на проміжку $x \in (-\infty; a)$ і спадає на проміжку $x \in (a; \infty)$;
5. На всій області визначення $f(x) \geq 0$;
6. Найбільшого значення функція $f(x)$ набуває в точці a і

$$f_{\max} = f(a) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}.$$

Завдання 4. Функція $f(x)$ повністю визначається двома параметрами: a і σ . Параметр a вказує місце розміщення вершини кривої (вдovж осі абсцис). Чим являється пряма $x = a$ для кривої Гауса? Параметр σ визначає форму зазначеної кривої. За допомогою педагогічного програмного засобу GRAN1 побудувати графік функції (1) з параметрами a і σ . З'ясувати, як впливають на форму і розташування нормальної кривої зміни значень параметрів a і σ .

Можливі результати розв'язування цього завдання подано на рисунках 4-7.

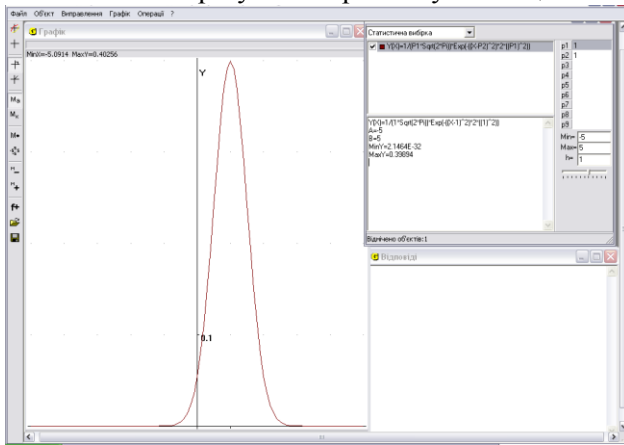


Рис. 4. Крива Гауса при $\sigma = 2$; $a = 1$

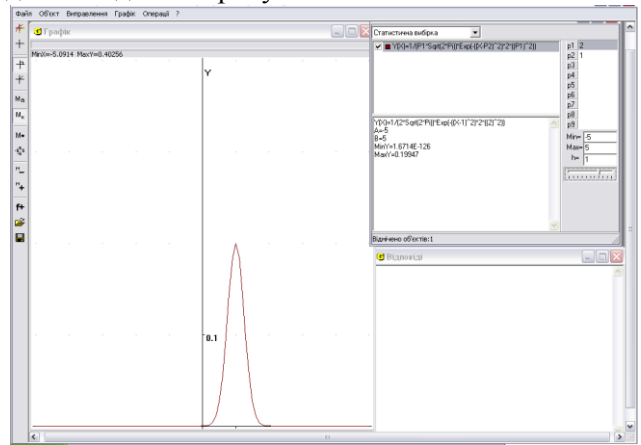


Рис. 5. Крива Гауса при $\sigma = 2$; $a = 1$

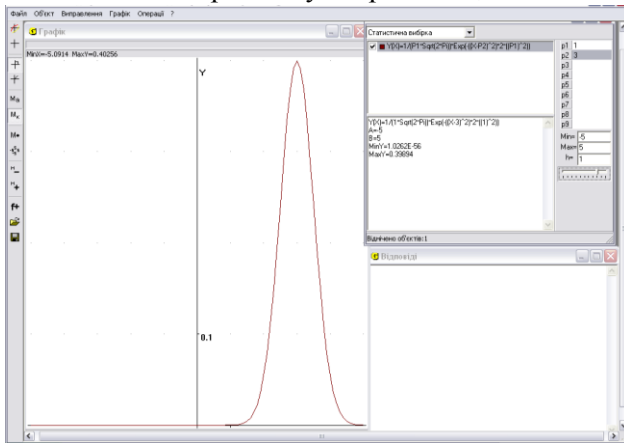


Рис. 6. Крива Гауса при $\sigma = 1$; $a = 3$

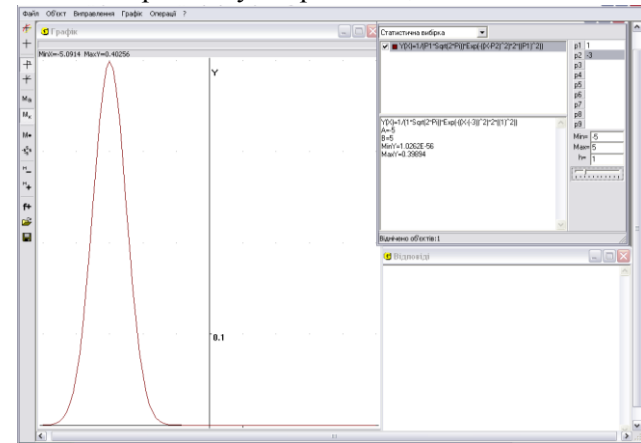


Рис. 7. Крива Гауса при $\sigma = 1$; $a = 3$

В результаті розв'язування цього завдання учні мають дійти висновків:

- параметр a не змінює форму кривої Гауса, а веде до переміщення кривої вправо, якщо $a > 0$, або вліво, якщо $a < 0$;
- при зміні параметра σ відбувається «деформування» кривої, оскільки змінюється найбільше значення функції $f(x)$ в точці a .

Розв'язування завдання 3 та завдання 4 сприяють формуванню вміння «читати» за графіками істотні властивості функцій й дозволяють активізувати відомості про елементарні перетворення графіків функцій.

Завдання 5. Обчислити за допомогою педагогічного програмного засобу GRAN1 площу, що міститься між віссю абсцис та кривою нормального розподілу. Для цього скористатися будь-якою вже побудованою кривою Гауса. Використовуючи перемикач педагогічного програмного засобу GRAN1 *Операції/Інтеграл/Інтеграл*, визначити відрізок, на якому обчислюється площа та у вікні *Відповіді* знайти потрібне значення. Перевірити за допомогою педагогічного програмного засобу GRAN1, як зміниться отримане значення площі при зміні параметрів нормального розподілу a і σ .

Площа, що міститься між віссю абсцис та графіком функції $f(x)$ дорівнює одиниці. Очевидним є те, що зміна параметра a на величину площі, що міститься між віссю абсцис та кривою нормального розподілу не впливає. Важливим «відкриттям» має стати для учнів той факт, що розглядувана площа дорівнює одиниці і при довільному значенні параметра σ . Внаслідок зменшення значення σ збільшується крутизна віток кривої, а збільшення значення σ зумовлює більшу пологість віток кривої Гауса.

Завдання 6. Провести математичне дослідження.

1. Залишити у вікні *Графік* будь-яку з побудованих кривих Гауса.
2. Обчислити площу, що міститься між віссю абсцис та кривою нормального розподілу, поклавши на проміжку $[A; B]$ $A = a - \sigma$ і $B = a + \sigma$. Визначити, який відсоток отримане значення складає від усієї розглядуваної площі.
3. Обчислити площу, що міститься між віссю абсцис та кривою нормального розподілу, поклавши на проміжку $[A; B]$ $A = a - 2\sigma$ і $B = a + 2\sigma$. Визначити, який відсоток отримане значення складає від усієї розглядуваної площі.
4. Обчислити площу, що міститься між віссю абсцис та кривою нормального розподілу, поклавши $A = a - 3\sigma$ і $B = a + 3\sigma$. Визначити, який відсоток отримане значення складає від усієї розглядуваної площі.
5. Чому вважають, що при нормальному розподілі статистичних ймовірностей спостережені значення $x_{сп}$ за межами проміжку $(-3\sigma; a + 3\sigma)$ практично не зустрічаються?

6. В ході дослідження отримали наступні значення: 5.0, 4.8, 5.2, 5.3, 5.0, 6.1. Перевірити, що значення 6.1 хоч і значно відрізняється від інших спостережених значень, але не виходить за межі проміжку $(-3\sigma; a + 3\sigma)$, а отримані спостережені значення задовольняють нормальному розподілу статистичних ймовірностей.

Математичне дослідження складається з серії маленьких завдань, метою яких є підвести учня до математичного «відкриття» того, що при нормальному неперервному розподілі статистичних ймовірностей практично всі спостережені значення $x_{сп}$ знаходяться в проміжку $(-3\sigma; a + 3\sigma)$. Можливі результати розв'язування завдання 6 подано на рисунках 8-11.

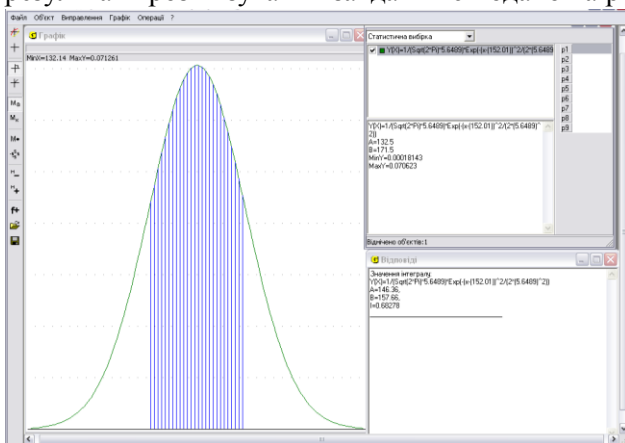


Рис. 8

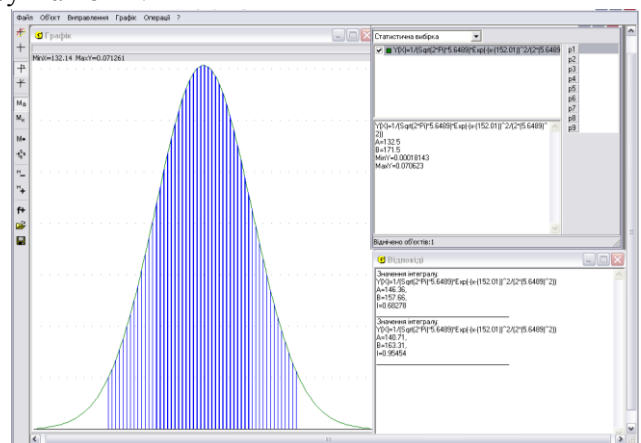


Рис. 9

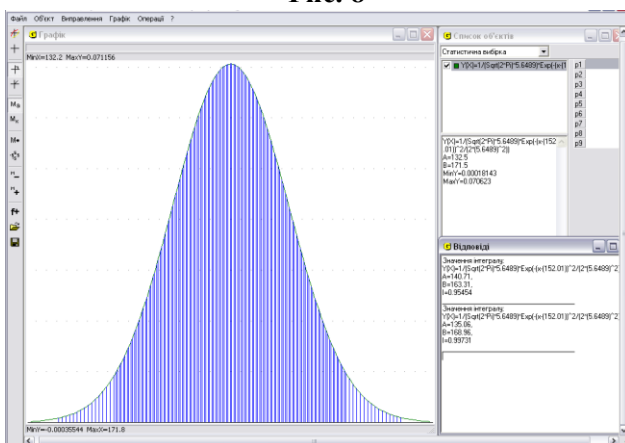


Рис. 10

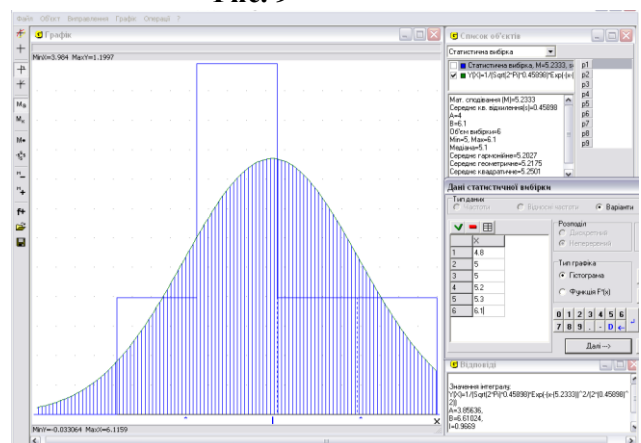


Рис. 11

Пропоновані завдання та послідовність їх подання дозволяють учням «самостійно відкрити» основні властивості нормального розподілу статистичних ймовірностей, що геометрично зображується кривою Гауса.

Формування умінь дослідницької діяльності учнів має передбачати побудову власного дослідницького проекту. Тому для домашнього завдання з розглядуваної теми можна запропонувати учням провести власне дослідження: підготувати аргументовану доповідь з теми «Нормальний розподіл статистичних ймовірностей - один із розподілів, що найчастіше зустрічається на практиці». При

підготовці скористатися результатами власних спостережень, аналізом різноманітних даних з газет, журналів тощо.

Таке завдання додому передбачає користування різноманітними джерелами: книгами, CD-дисками, матеріалами Internet, що, в свою чергу, сприяє формуванню інформаційного компонента навчально-дослідницьких умінь учнів. Презентація доповіді можлива в PowerPoint MS Office. Працюючи над мультимедійною презентацією, учень має змогу опанувати навчальний матеріал з урахуванням своїх індивідуальних особливостей. Створення власного мультимедійного проекту сприяє підвищенню зацікавленості учнів навчальною діяльністю, ефективності і результативності вивчення навчального матеріалу.

Таким чином організоване навчання елементів стохастички сприятиме формуванню навчально-дослідницьких умінь. А самостійне розв'язування учнями системи дослідницьких завдань забезпечить:

- оволодіння новими знаннями;
- творче застосування основних знань (ідей, понять, методів пізнання);
- поступове ускладнення розв'язуваних проблем;
- оволодіння рисами творчої діяльності.

Окремо слід наголосити, що можливість використання інформаційних технологій у навчанні учнів елементів стохастички в шкільному курсі математики не виключає провідної ролі вчителя в навчально-виховному процесі, воно лише спрямоване на підвищення ефективності і результативності уроку, на вдосконалення форм і методів подання навчального матеріалу.

Отже, дослідницький підхід у навчанні учнів елементів стохастички вимагає в першу чергу від вчителя бажання працювати над власною методичною підготовкою та застосовувати сучасні технології до навчання учнів. Разом з тим створення окремих компонент комп'ютерно-орієнтованої системи навчання учнів елементів стохастички залишається проблемою сьогодення. Потребують розробки:

- система задач і завдань, що орієнтована на набуття учнями досвіду дослідницької діяльності, в процесі якої формуються навчально-дослідницькі уміння учнів;
- конспекти уроків та методичні рекомендації для вчителів до проведення уроків з використанням комп'ютера та сучасних інформаційно-комунікаційних технологій.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Державний стандарт базової і повної середньої освіти // Математика в школі. – 2004. – №2. – С.2-5.
2. Жалдак М.І., Горошко Ю.В., Вінниченко Є.Ф. Математика з комп'ютером. Посібник для вчителів. – К.: РНЦ «ДІПІТ», 2004. – 254 с.
3. Жалдак М.І., Михалін Г.О. Елементи стохастички з комп'ютерною підтримкою. Посібник для вчителів. – К.: Шкільний світ, 2006. – 120 с.
4. Плоцки А.М. Стохастические задачи и прикладная направленность в обучении математике // Математика в школе. – 1991. - №3.- С. 69-71.
5. Раков С.А. Формування математичних компетентностей учителя математики на основі дослідницького підходу у навчанні з використанням інформаційних технологій: Дис...д-ра пед.наук: 13.00.02. – Харків, 2005 – 526 с.
6. Чубарев А.М., Холодный В.С. Невероятная вероятность (О прикладном значении теории вероятностей). – М.: Знание, 1976. – 128 с.