

Використання інформаційних технологій при обчисленні інтегралів, залежних від параметра

На успішність навчання та засвоєння знань впливає не тільки підготовка вчителя, але і відношення до навчання учнів. Для підвищення інтересу до навчання необхідно поєднувати вивчення різних дисциплін з реалізацією міжпредметних зв'язків між ними. Вивчення курсу інформатики досить природно поєднується із вивченням багатьох тем природничо-математичних дисциплін. Наприклад при вивченні на уроках інформатики математичних програм доцільно використовувати міжпредметні зв'язки з курсом шкільної математики. Так вивчення педагогічного програмного засобу [ППЗ] **Gran1** на уроках інформатики при правильному доборі задач дозволить учням краще засвоїти ті теми з математики, до яких відносяться дані задачі.

Відомо, що задачі, в яких зустрічаються параметри, завжди викликають труднощі в учнів та студентів при їх розв'язуванні. Насамперед це пов'язано із трудностю виявлення залежності функції від значень параметрів. В роботах [1,2] було показано, що ППЗ Gran1 дає можливість динамічно продемонструвати зміну графіків різних функцій при зміні значень параметрів. Але використання ППЗ Gran1 дає також можливість розв'язувати задачі, що пов'язані з інтегруванням функцій з параметрами, наприклад функцій виду $f(a, x)$. В залежності від виду задачі інтегрування може відбуватися за змінною x , за змінною x і за параметром a , а також параметри можуть фігурувати у межах інтегрування.

Для обчислення інтеграла від функції у ППЗ Gran1 необхідно спочатку створити функцію, це робиться через меню *Об'єкт*, послуга *Створити....* З'являється вікно *Введення виразу залежності*, в якому необхідно ввести аналітичний вираз функції, та межі побудови графіка. Після чого будуюмо графік функції за допомогою послуг меню *Графік*, послуга *Побудувати*. Для обчислення інтеграла призначена послуга *Інтеграл...* з підменю *Інтеграл* у меню *Операції*. У вікні *Інтегрування* (рис.1.а) потрібно ввести межі інтегрування, це значення полів **A=** та **B=**, де перше поле нижня межа та друге верхня. Якщо в аналітичному виразі функції не використовуються параметри від **p1** до **p9**, то права частина цього вікна буде порожня (рис.1.б), в будь-якому випадку параметри можна ввести у межі інтегрування. Після введення значення параметра розкриваються додаткові поля, в яких можна задати мінімальне (**Min=**) та максимальне (**Max=**) значення параметра та крок його зміни (**h**). Натиснувши кнопку *Обчислити*, отримуємо значення інтеграла. Змінюючи значення параметра шляхом переміщення повзунця, що знаходиться над кнопкою *Занести у "Відповіді"*, бачимо, як змінюється і значення інтеграла **I=**. Якщо натиснути кнопку *Занести у відповіді*, у віконце *Відповіді* занесуться наступні значення: аналітичний вираз функції, межі інтегрування та значення інтеграла. Кнопка *Скасувати* призначена для закривання вікна *Інтегрування*.

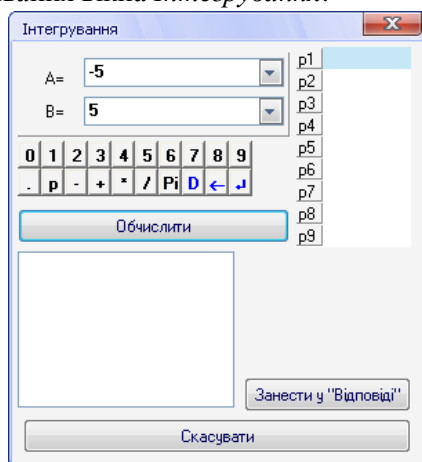


Рис. 1.б. Вікно інтегрування

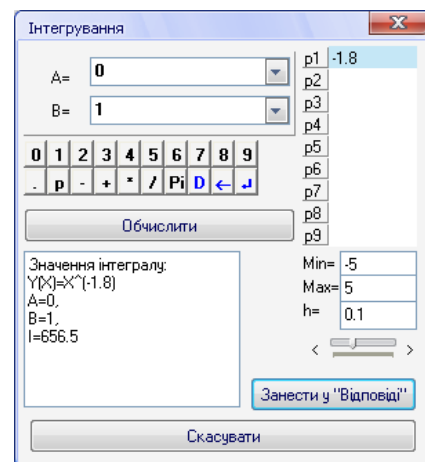


Рис. 1.а. Вікно інтегрування з параметрами

Розглянемо наступні випадки використання параметрів при обчисленні інтеграла від функції:

1. Параметри у підінтегральній функції
 - А) Степенева функція
 - Б) Показникова
 - В) Тригонометрична
2. Інтеграл, залежні від параметра
3. Параметри в межах інтегрування

Приклад 1.А.1. Обчислити інтеграл від функції x^a на проміжку $[0,1]$ при різних значеннях параметру a .

Для обчислення даного інтеграла необхідно спочатку ввести вираз функції: у списку об'єктів вибираємо *Явна*, у контекстному меню вибираємо *Створити*, вводимо функцію: x^a p1.

У вікні, що з'явилось (рис.1а), вводимо межі інтегрування $A=0, B=1$ та звертаємось до послуги *Обчислити*. Змінюючи значення параметра $p1$ спостерігаємо за зміною значення інтеграла та зміною графіка функції (рис.2).

Приклад 1.А.2. Обчислити інтеграл $I = \int_0^1 \frac{x^b - x^a}{\ln x} dx, a \leq b, (a = 2; b = 3)$

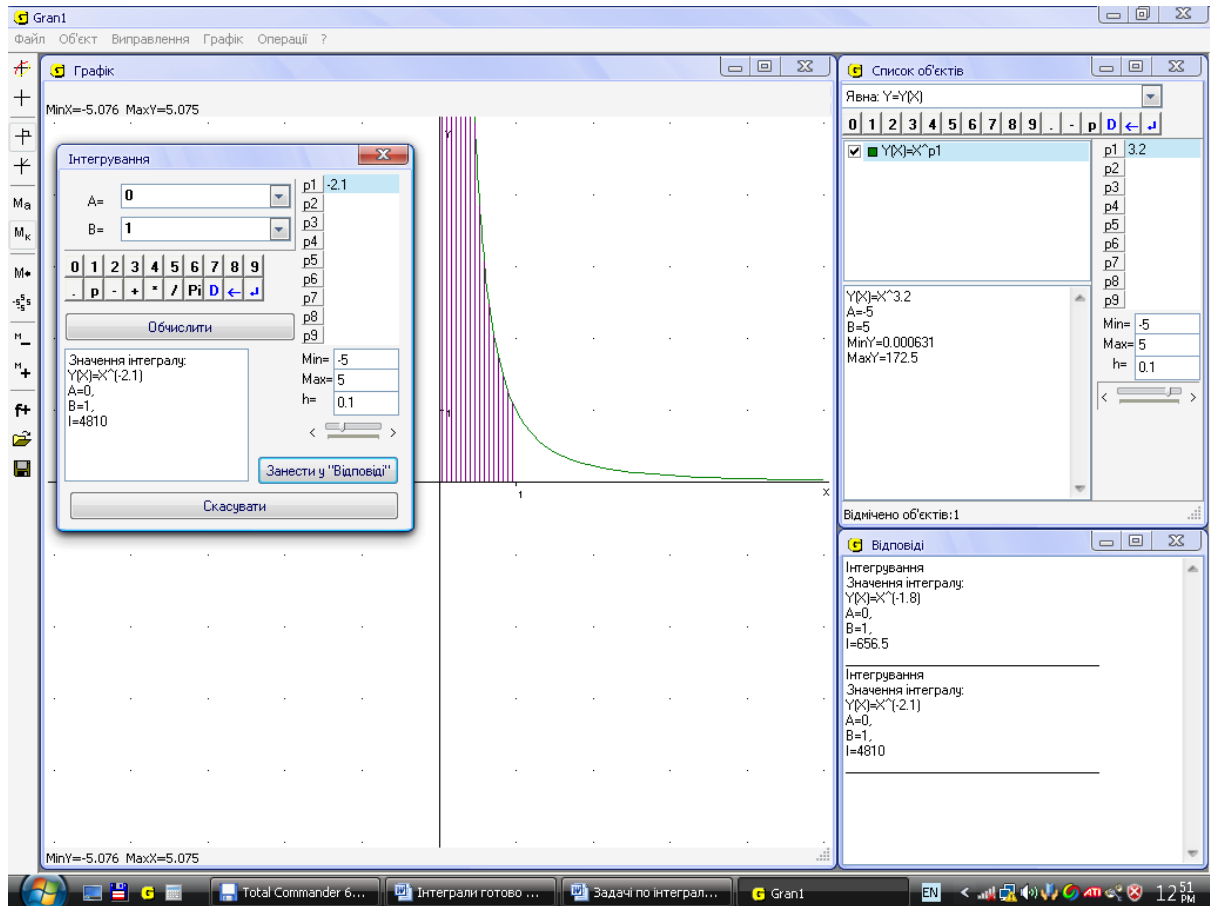


Рис. 2. Обчислення інтеграла при зміні параметра

Створюємо об'єкт $(x^a - x^b) / \ln(x)$ на інтервалі від -5 до 5, де $p1$ це параметр a , а $p2$ – значення параметра b , та будуємо графік заданої залежності. У вікні *Інтегрування* вводимо межі інтегрування $A=0, B=1$, та змінюючи значення параметрів визначаємо значення інтеграла (рис. 3).

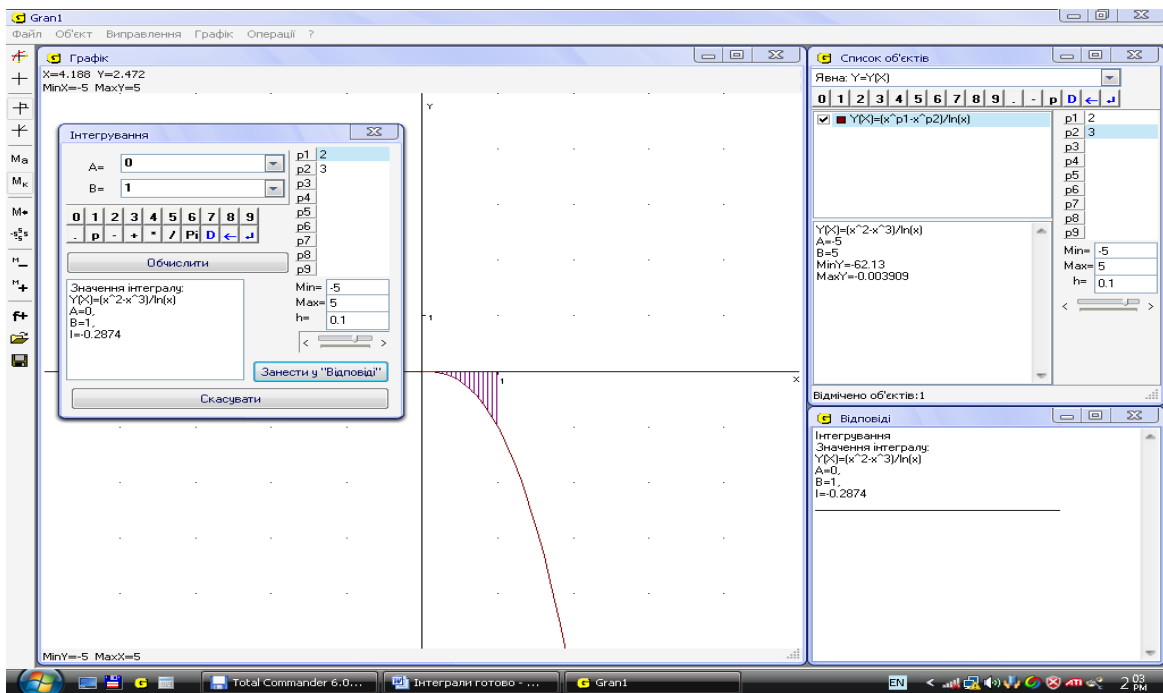


Рис. 3. Інтегрування степеневі функції

Приклад 1.Б. Розглянемо інтеграл від показникової функції a^x на проміжку $[-1,1]$ при різних значеннях параметра a .

Тип створюваного об'єкта буде *Явна*, аналітичний вираз має вигляд $p1^x$. Переходимо до команди *Інтеграл*, межі інтегрування задаємо $A=-1, B=1$. Змінюємо значення параметра $p1$. Як видно з результатів обчислень (рис.4) – чим більше значення параметра, тим більше значення інтеграла.

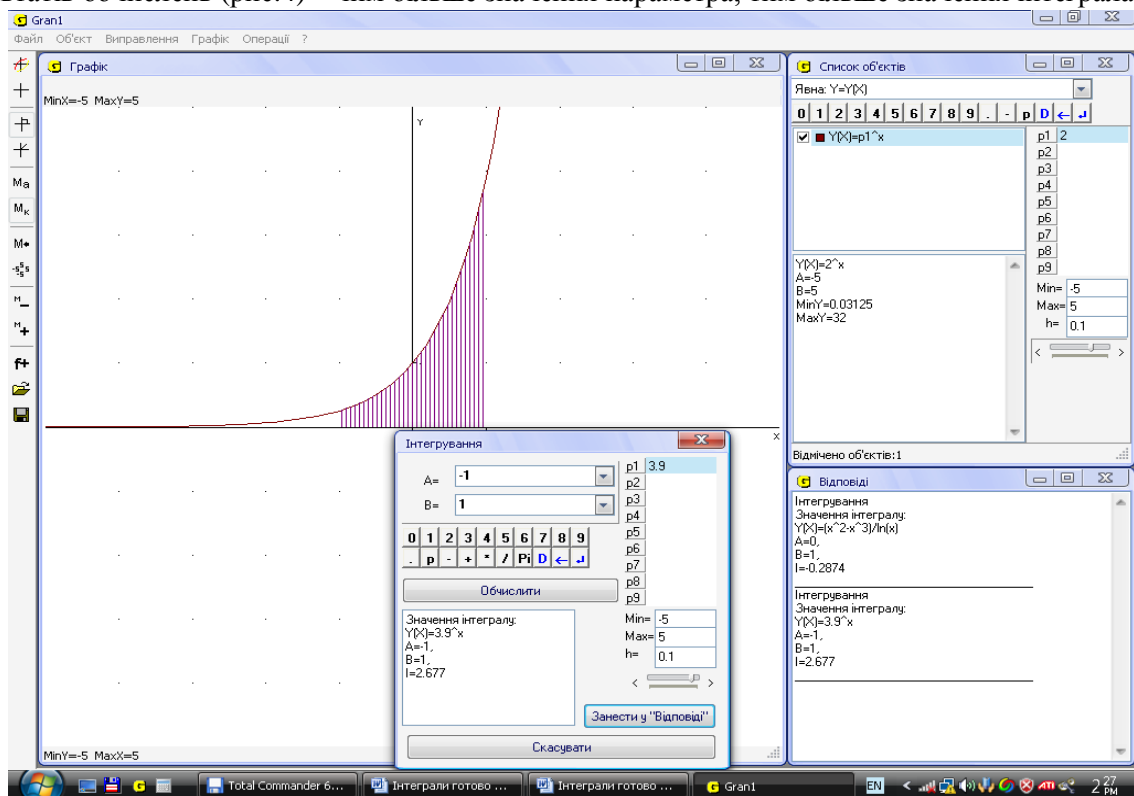


Рис. 4. Інтегрування показникової функції

Приклад 1.В. Визначити інтеграл функції $y = \cos(ax)$ від 0 до π .

Створюємо новий об'єкт, аналітичний вираз якого $\cos(p1*x)$ на проміжку $[-5,5]$. У вікні *Інтегрування* вводимо значення $A=0, B=Pi$ та натискаємо кнопку *Обчислити*. Змінюємо значення параметра $p1$ та спостерігаємо за зміною значення інтеграла (рис.5).

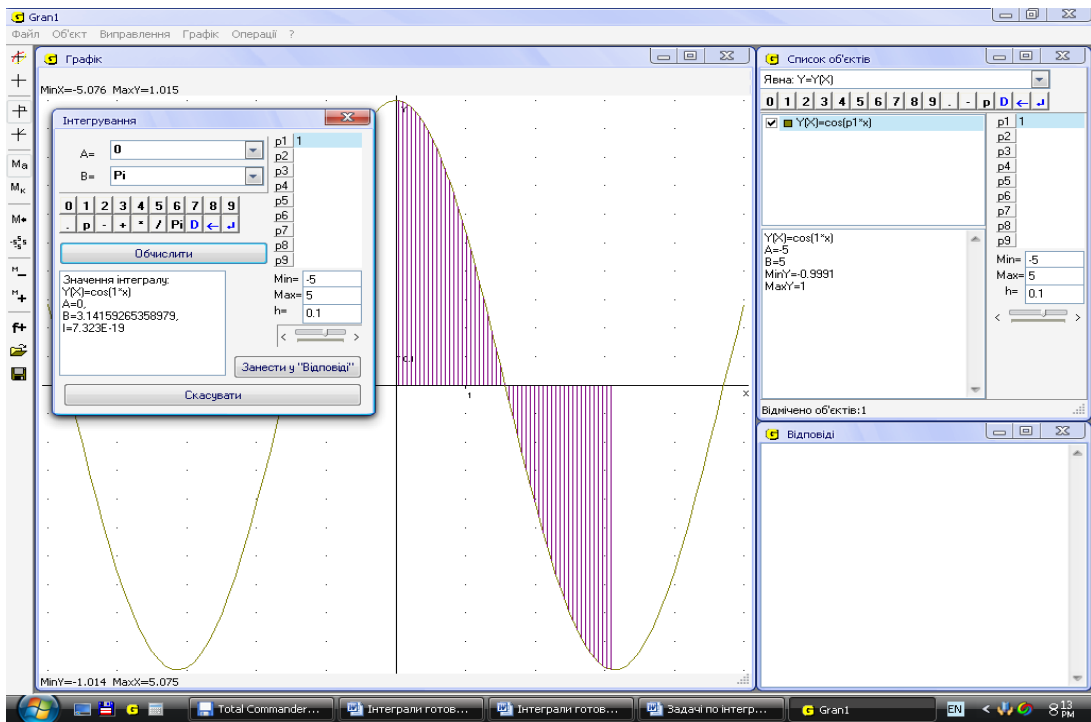


Рис. 5. Інтегрування тригонометричної функції

Приклад 2. Обчислити інтеграл $I = \int_0^1 da \int_0^1 f(a,x) dx$, якщо $f(a,x) = \frac{a^2 - x^2}{(x^2 + a^2)^2}$. Як видно з умови задачі, інтегрування треба проводити не тільки за dx але і за da . Спочатку проводимо інтегрування за dx , тоді $\int_0^1 f(a,x) dx = \frac{x}{x^2 + a^2} \Big|_{x=0}^{x=1} = \frac{1}{1+a^2}$ ($a > 0$). На даному етапі підінтегральна функція перетворюється у функцію від однієї змінної a $I = \int_0^1 da \int_0^1 f(a,x) dx = \int_0^1 \frac{1}{1+a^2} da$. Щоб обчислити інтеграл даної функції за допомогою ППЗ Gran1 необхідно створити об'єкт аналітичний вираз якого $1/(1+x^2)$ (рис.6). У вікні *Інтегрування* встановлюємо межі інтегрування $A=0, B=1$. Натискаємо кнопку *Обчислити*, отримаємо результат 0,7854. За класичними методами розв'язування отримується відповідь $\arctg(a) \Big|_0^1 = \frac{\pi}{4} = 0.785$. В точці $(0,0)$ функція $f(a,x)$ має розрив.

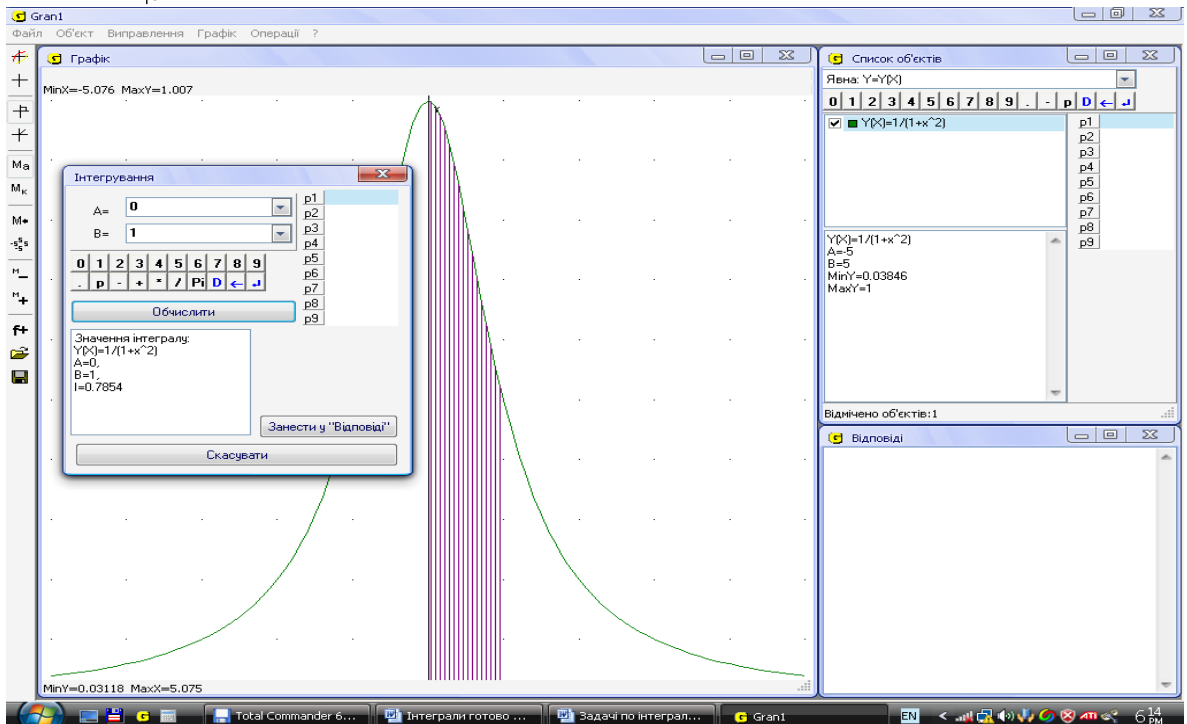


Рис. 6. Інтегрування за змінною та параметром

Приклад 3. Обчислити інтеграл $I = \int_a^b \frac{dx}{x+1}$, де a та b – параметри. За класичними методами

розв'язування отримуємо результат інтегрування $\ln \frac{b+1}{a+1}$. Далі в отриманий вираз потрібно підставляти конкретні значення параметрів, щоб отримати результат. Якщо результат потрібно отримати для кількох різних значень параметрів, то кількість розрахунків збільшується, і тут потрібно застосувати відповідний програмний засіб.

У Gran1 створюємо об'єкт $1/(x+1)$ та у вікні *Інтегрування* встановлюємо $A = p1, B = p2$ (рис. 7). Змінюємо значення параметрів та спостерігаємо за значенням інтеграла, при $p2 \leq p1$ інтеграл обчислюватися не буде, оскільки в програмі передбачено що верхня межа повинна бути більша за нижню.

Наведені приклади показують можливість та доцільність використання ППЗ Gran1 при обчисленнях інтегралів з параметрами.

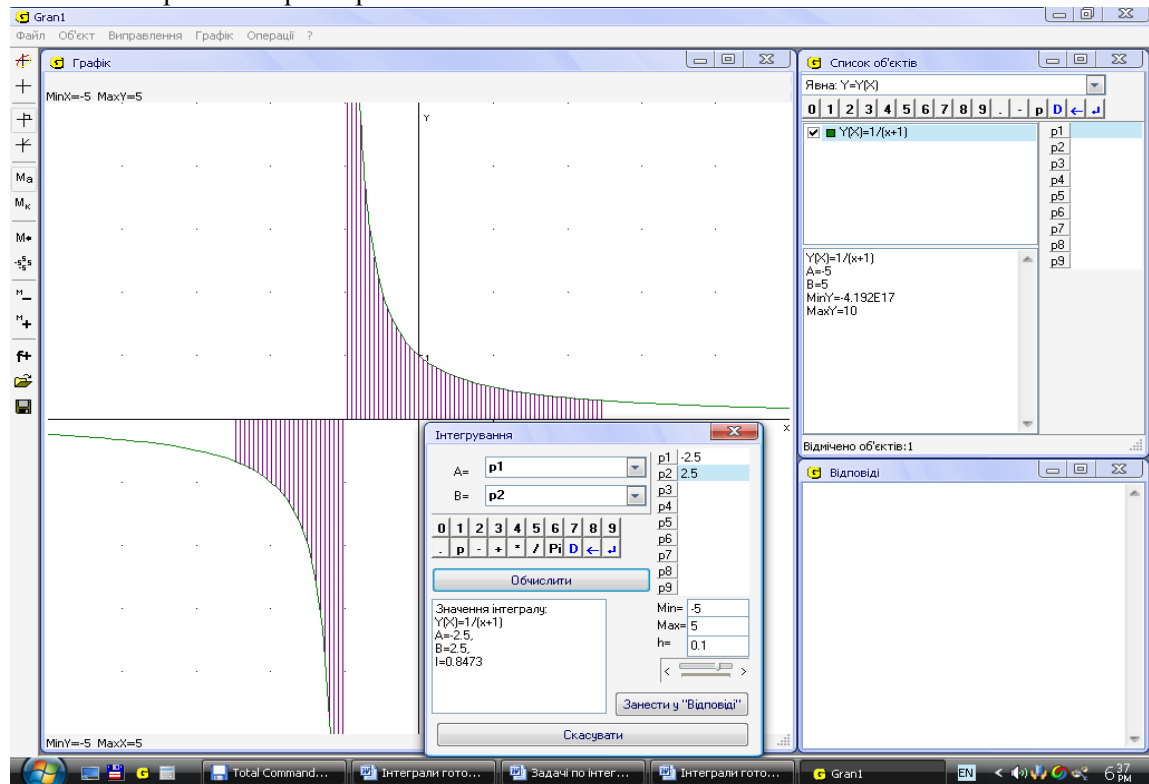


Рис. 7. Параметри у межах інтегрування

ЛІТЕРАТУРА

1. Покришень Д.А. Навчання інформаційних технологій при розв'язуванні математичних задач з параметрами. // "Науковий часопис НПУ ім. М.П.Драгоманова. Серія 2: Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання", 2007. – Випуск 5(12). – с.136-141
2. Покришень Д.А. Комп'ютерне моделювання при розв'язуванні фізичних задач. // "Фізика та астрономія в школі", 2007. – №4 (61). – с.24-27
3. Фихтенгольц Г.М.. Основы математического анализа. Том 2. – М.: 1957. – 464 с.