

### **Методика використання інформаційних технологій при розв'язуванні задач математичного програмування**

Структурно-логічною схемою освітньо-професійної програми підготовки бакалавра з напрямку 0502 «Менеджмент» передбачене вивчення дисципліни «Математичне програмування».

Метою навчання цього курсу є формування у майбутніх менеджерів знань основ економіко-математичного моделювання, вмінь і навичок створення і аналізу математичних моделей складних систем різної природи, як основи для прийняття обґрунтованих організаційних рішень.

В рамках цього курсу передбачено розгляд наступних тем :

1. Предмет математичного програмування. Класифікація задач.
2. Загальна задача математичного програмування та деякі з методів її розв'язання.
3. Теорія двоїстості оцінки в аналізі розв'язків лінійних оптимізаційних моделей.
4. Транспортна задача. Постановка, методи розв'язування та аналізу.
5. Цілочислові задачі лінійного програмування. Деякі основні методи їх розв'язування та аналізу.
6. Елементи нелінійного програмування
7. Задачі динамічного програмування.
8. Елементи теорії ігор.

Згідно програми нормативної дисципліни для студентів напрямку підготовки 0502 «Менеджмент» серед основних завдань, що мають бути виконані у процесі навчання дисципліни «Математичне програмування», зазначається необхідність надання студентам систематичних знань з основних математичних методів розв'язування оптимізаційних задач, а також, «формування вмінь використовувати ПЕОМ і відповідне програмне забезпечення при проведенні оптимізаційних розрахунків та аналізі результатів цих розрахунків».

Саме з цих міркувань пропонуємо розглянути існуюче програмне забезпечення, що може бути використане при розв'язуванні та аналізу оптимізаційних задач, доцільність та методичні особливості його застосування при навчанні даної дисципліни.

Одним з найважливіших етапів розв'язування задач математичного програмування є побудова економіко-математичної моделі. Коли докомп'ютерна модель визначена, необхідно обрати програмне забезпечення для реалізації моделі. Це можуть бути прикладні програми, наприклад, табличний процесор Excel; пакет моделювання систем масового обслуговування GPSS, пакети для моделювання економічної динаміки IThink або Poversim, пакети моделювання математичних та технічних систем MatLab і Simulink та багато іншого. Можна застосувати універсальні мови програмування типу Pascal, C++, C#, Java, але іноді трудомісткість програмування інтерфейсу перевищує трудомісткість програмування самої моделі в 5-10 разів.

Іноді, навіть в таких спеціалізованих пакетах, як Excel, доводиться програмувати процедури, яких не вистачає. Для цього спеціалізовані пакети мають вбудовані мови програмування, зокрема, в MS Office - це Visual Basic for Application (VBA), в MatLab – мова m-файлів.

Для організації якісного додатку в Excel економісту доводиться відволікатися від економіки і займатися серйозним програмуванням у VBA. Тому для деяких задач доречно застосувати математичний програмний інструмент MatLab. Для нього, як надбудови, розроблено багато спецдодатків для аналізу технічних систем управління. Він також надає фінансовий пакет FinancialToolbox, зв'язок з Excel, зв'язок з Word. Особливо цікавим є інструмент Simulink, розроблений спеціально для моделювання динамічних систем. Він містить бібліотеку графічних блоків з вбудованими математичними функціями. Іноді його називають інструментом графічного або візуального програмування.

З огляду на те, вивчення яких розділів та тем математичного програмування передбачено за освітньо-професійною програмою (підготовки бакалавра з напрямку 0502 «Менеджер»), розглянемо можливість застосування певних програмних продуктів до кожного з розділів.

При розв'язуванні задач лінійної оптимізації можна використовувати такі програмні продукти як Gran1, Gran-2D, Excel, Simplex, QSB (Quantitative System for Business), Optimal1\_4 та інші.

У процесі розв'язування задач цілочисельного програмування можна скористатися програмними пакетами QSB, Excel.

Для побудови оптимальних маршрутів, тобто для розв'язування задач типу „задачі комівояжера”, можна використати програмний пакет мережевої оптимізації (Network Optimization), розроблений кафедрою дискретної математики і алгоритміки Білоруського державного університету (автор Н.Н.Писарчук). Пакет містить ряд програм для розв'язування задачі визначення максимального потоку в мережі, потоку мінімальної вартості, знаходження найкоротшого шляху та ряд інших. Інформаційна технологія розв'язування задачі комівояжера (відшукування циклу Гамільтона мінімальної вартості (довжини) – Min Cost Hamilton Cycle) дозволяє використати графічне та табличне подання початкових даних.

Для задач динамічного програмування можна застосувати зручний і простий Excel.

Для розрахунку параметрів і оптимізації мережевих графіків використовуються інформаційні технології пакету QSB (PERT- програма розрахунку проектів методами мережевого планування; СРМ – програма „Мережеве планування”).

Оскільки будь-яка скінченна гра з двома особами і нульовою сумою зводиться до розв'язування задачі лінійного програмування, то для розв'язування матричних ігор теж можна застосувати

програму Simplex або „Лінійне програмування” з пакету QSB. Для знаходження оптимальних стратегій в іграх з природою можна використати Excel. Ця ж програма допоможе у розв’язуванні задач нелінійного програмування та векторної оптимізації.

Широке застосування має Excel до розв’язування задач стохастичного програмування, зокрема, для визначення кількісних характеристик і функцій розподілу ймовірностей на множині значень випадкової величини, побудови графіків для нормального розподілу; формування початкових даних для детермінованого еквіваленту задачі в Е-постановці; розв’язування стохастичних задач в Р-постановці; розв’язування стохастичної транспортної задачі.

Аналізуючи вище зазначене, можна помітити, що задачу з будь-якого розділу дисципліни «Математичне програмування» можна розв’язати, або частково автоматизувати її розв’язування за допомогою табличного процесора Excel. Excel відноситься до програмного забезпечення загального призначення, тобто його використання не потребує спеціальних знань від студентів. До того ж зазначимо, що дисципліна «Математичне програмування» вивчається на другому курсі, коли студенти вже мають певні навички роботи з ПЕОМ, і зокрема з офісними програмами загального призначення, в тому числі з Excel. Тому розгляд застосування саме табличного процесору Excel до розв’язування оптимізаційних задач ми вважаємо найбільш доцільним.

### Приклади використання деяких програмних засобів для розв’язування задач математичного програмування

Програмний пакет Excel може бути застосованим для знаходження оптимального розв’язку задачі лінійної, цілочисельної, нелінійної оптимізації, а також для автоматизації деяких етапів розв’язування задач динамічної та стохастичної оптимізації.

**Приклад 1.** Фірма займається виготовленням столів та тумбочок. Відомо, що від виробництва стола фірма отримує прибуток 100 у.г.о., а тумбочки – 35 у.г.о. Як фірмі необхідно організувати виробництво столів і тумбочок для отримання максимального прибутку, якщо відомо, що на виготовлення стола витрачається 0,1 м<sup>3</sup> сосни і 0,5 м<sup>3</sup> липи, а на виробництво тумбочки 0,04 м<sup>3</sup> сосни і 0,15 м<sup>3</sup> липи. Фірма має 100 м<sup>3</sup> сосни та 130 м<sup>3</sup> липи.

Види сировини	Види продукції		запас сировини (м <sup>3</sup> )
	столи	тумбочки	
сосна	0,1	0,04	100
липа	0,5	0,15	130
дохід від реалізації одиниці продукції (у.г.о.)	100	35	

Побудуємо економіко математичну модель до даної задачі.

$$z = 100x_1 + 35x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 0,1x_1 + 0,04x_2 \leq 100 \\ 0,5x_1 + 0,15x_2 \leq 130 \\ x_j \geq 0 \text{ і цілі (j=1,2).} \end{cases}$$

Спочатку визначимо місце для змінних та цільової функції.

До комірки цільової функції В7 запишемо формулу для її підрахунку:

$$=100*A1+35*A2$$

Обмеження задачі записуються в комірки G3:G4, куди вводяться функції, які відповідають виразам обмежень.

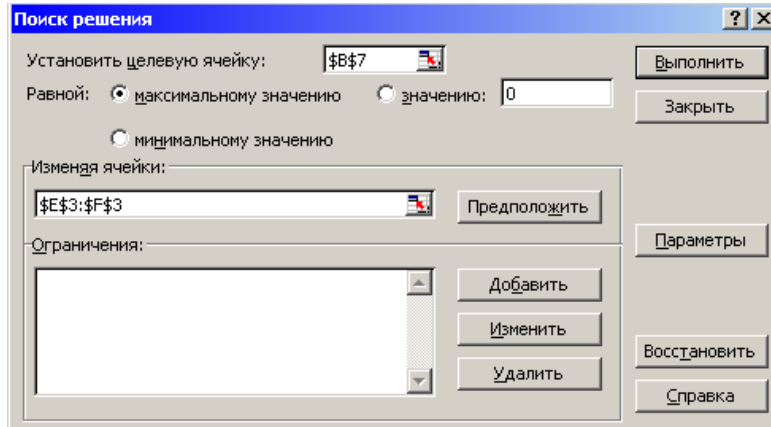
	А	В	С	Д	Е	Ф	Г
1	Види сировини	Види продукції		запас сировини	план випуску продукції		
2		столи	тумбочки	(м <sup>3</sup> )	столи	тумбочки	Обмеження
3	сосна	0,1	0,04	100			0
4	липа	0,5	0,15	130			0
5	дохід від реалізації одиниці продукції (у.г.о.)	100	35				
6							
7	Z =	0					

	А	В	С	Д	Е	Ф	Г
1	Види сировини	Види продукції		запас сировини	план випуску продукції		
2		столи	тумбочки	ни (м <sup>3</sup> )	столи	тумбочки	Обмеження
3	сосна	0,1	0,04	100			=B3*E3+C3*F3
4	липа	0,5	0,15	130			=B4*E3+C4*F3
5	дохід від реалізації одиниці	100	35				
6							
7	Z =	=B5*E3+C5*F3					

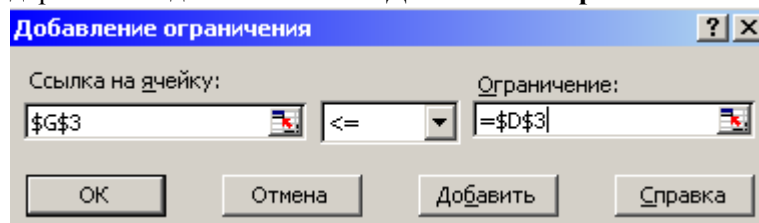
Далі необхідно звернутися до послуг *Сервис/ Поиск решения*, при цьому виводиться допоміжне вікно, в якому необхідно вказати наступне:

○ В полі *Установить целевую ячейку* вказати адресу клітини, що міститиме результати розрахунку цільової функції. В нашому випадку це клітина B7.

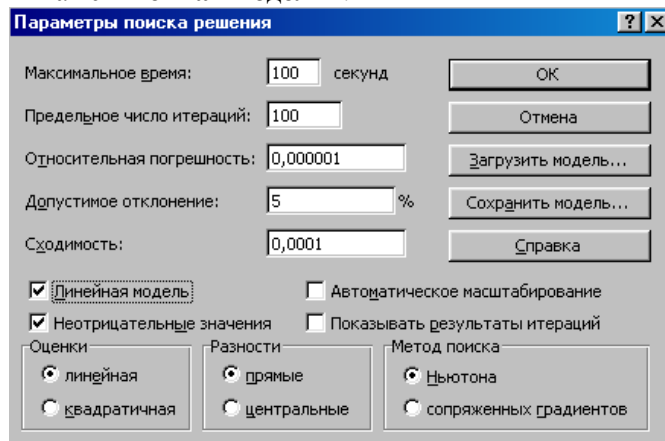
○ В розділі **Равной**: вибираємо перемикач "**максимальному значению**". В полі **Изменяя ячейки** вказуємо діапазон клітин **\$E\$3:\$F\$3** - їх вмісти можуть змінюватися в процесі пошуку розв'язку.



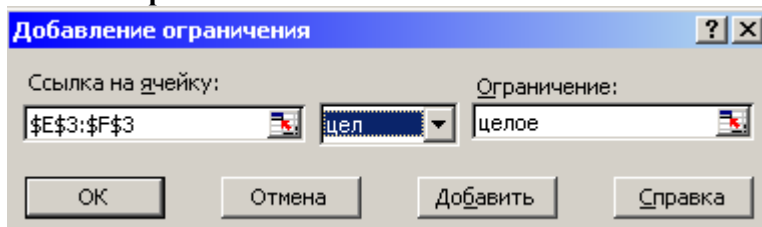
○ Ввести обмеження задачі в розділі "**Ограничения**". Для цього необхідно натиснути кнопку **Добавить**, після чого відкривається допоміжне вікно **Добавление ограничения**.



Для реалізації умови невід'ємності значень в допоміжному вікні **Поиск решения** «натискаємо» кнопку **Параметры**. У вікні **Параметры поиска решения** встановлюємо прапорець **Неотрицательные значения** та "**Линейная модель**".



○ Для реалізації умови цілочисельності значень введемо додаткове обмеження задачі в допоміжному вікні **Добавление ограничения**.



При натисканні кнопки **Выполнить** допоміжного вікна **Поиск решения** з'являється допоміжне вікно **Результаты поиска решения**. Обираємо тип звіту **Результаты**. Після «натискання» кнопки **OK** на робочому аркуші з'являються результати розрахунків.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Види сировини	Види продукції		запас сировини	план випуску продукції		Обмеження
2		столи	тумбочки	(м <sup>3</sup> )	столи	тумбочк	
3	сосна	0,1	0,04	100	0	866	34,64
4	липа	0,5	0,15	130			129,9
5	дохід від реалізації одиниці	100	35				
6							
7	Z =	30310					

Отримали відповідь:  $\max Z = Z(0;866)=30310$ .

**Приклад 2.** Розглянемо як можна застосувати програмний пакет Excel для знаходження оптимального плану транспортної задачі, вихідні дані якої подано у таблиці

A	B	C	D	E	F
<b>Аптечні склади</b>	<b>Споживачі</b>				<b>Запаси</b>
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	
<b>A</b>	0	0	0	0	<b>80</b>
<b>B</b>	0	0	0	0	<b>75</b>
<b>C</b>	0	0	0	0	<b>90</b>
<b>D</b>	0	0	0	0	<b>20</b>
<b>Всього</b>					<b>245</b>
<b>Попит</b>	60	80	70	55	<b>265</b>
<b>Аптечні склади</b>	<b>Споживачі</b>				
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	
<b>A</b>	40	50	70	60	
<b>B</b>	50	60	40	30	
<b>C</b>	30	70	60	50	
<b>D</b>	0	0	0	0	
<b>Цільова комірка</b>	<b>0</b>				
Обмеження A	0				
Обмеження B	0				
Обмеження C	0				
Обмеження D	0				
Обмеження 1	0				
Обмеження 2	0				
Обмеження 3	0				
Обмеження 4	0				

В діапазон **F3:F5** записані запаси хіміопрепаратів, розміщених, відповідно, на реальних складах **A, B, C**.

В діапазон **B8:E8**- потреби в хіміопрепаратах аптек 1-4.

В клітину **F7** занесена контрольна сума хіміопрепаратів, розміщених на складах, тобто сума вмістів клітин **F3:F5**. В клітину **F8** заносимо контрольну суму потреб в хіміопрепаратах всіх аптек, тобто суму вмістів клітин **B8:E8**.

В клітинку **F6** занесена формула розрахунку запасів хіміопрепаратів на фіктивному складі **E**:  
 $=F8-F7$

В діапазоні клітин **B12:E15** формуємо матрицю вартості перевезень одного хіміопрепарату з кожного складу в кожен аптеку.

В якості початкових значень в діапазон **B3:E6** введені нулі.

Далі в клітину **C17** вводимо формулу для розрахунку цільової функції, яка має вигляд:

$=\text{СУММПРОИЗВ}(B12:E15;B3:E6)$ .

Обмеження задачі записуються в клітини **C19:C26**, куди вводяться функції, що відповідають виразам обмежень (сформульовані в попередньому пункті).

Для обмеження **A** заносимо в клітину **C19** сумарну кількість хіміопрепаратів, які буде завезено зі складу **A** в усі аптеки:

$=\text{СУММ}(B3:E3)$

Для обмежень **B, C, D**, вміст клітини **C19** копіюємо в клітини **C20, C21, C22**, при цьому одержуємо наступні функції:

$=\text{СУММ}(B4:E4)$

$=\text{СУММ}(B5:E5)$

$=\text{СУММ}(B6:E6)$

Для обмеження **1** заносимо в клітину **C23** сумарну кількість хіміопрепаратів, які будуть доставлені першій аптеці зі всіх складів. Для цього в клітину **C23** вводимо формулу, що має вигляд:

$=\text{СУММ}(B3:B6)$

Аналогічно заповнюються клітини **C24:C26** для обмежень 2-4.

$=\text{СУММ}(C3:C6)$

$=\text{СУММ}(D3:D6)$

$=\text{СУММ}(E3:E6)$

Для розв'язування транспортної задачі програмний пакет містить надбудову "Поиск решения". Дана надбудова запускається за командою меню *Сервис/ Поиск решения*, при цьому виводиться допоміжне вікно (рис. 2.1).

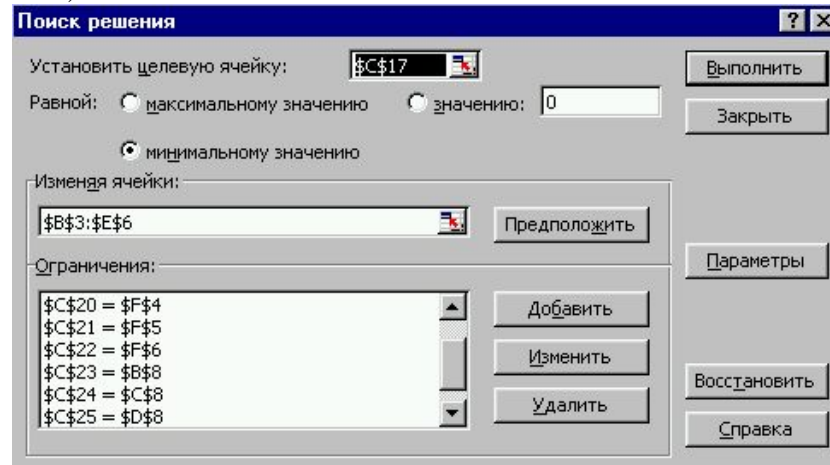


Рис 2.1

Запускаємо з меню **Сервис** команду **Поиск решения**. З'являється допоміжне вікно (рис. 2.1). В полі *Установить целевую ячейку* вказуємо адресу клітини, що міститиме результати розрахунку цільової функції. В нашому випадку це клітина **C17**.

В розділі **Равной:** вибираємо перемикач "минимальному значению". В полі **Изменяя ячейки** вказуємо діапазон клітин **B\$3:E\$6** - їх значення можуть змінюватися в процесі пошуку розв'язку.

Обмеження задачі вводимо в розділі "**Ограничения**" аналогічно до попередньої задачі та згідно таблиці 2.2.

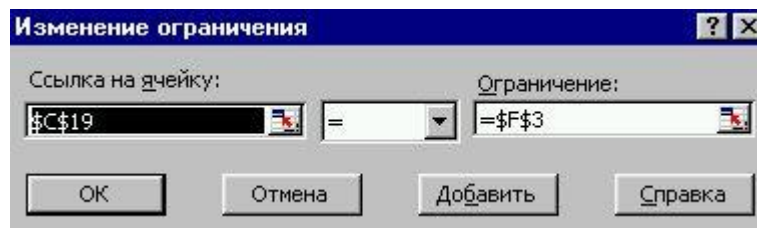


Рис. 2.2

Для реалізації умови невід'ємності значень в допоміжному вікні **Поиск решения** «натискаємо» кнопку **Параметры**. У вікні **Параметры поиска решений** (рис. 2.3) встановлюємо прапорець **Неотрицательные значения** та "**Линейная модель**".

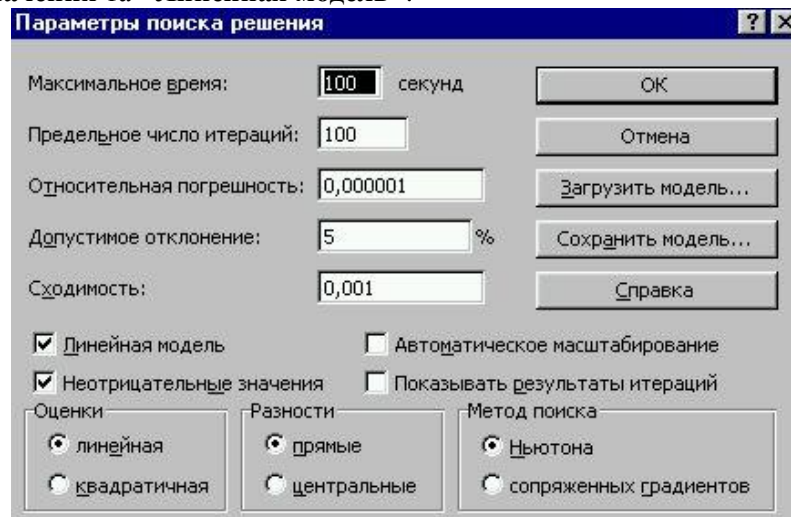


Рис. 2.3

Таблица 2.2

Формула	Опис
\$C\$19=\$F\$3	загальна кількість перевезених зі складу А препаратів для всіх аптек рівна запасу препаратів на тому ж складі
\$C\$20=\$F\$4	те ж для складу В
\$C\$21=\$F\$5	те ж для складу С
\$C\$22=\$F\$6	те ж для складу D

$\$C\$23=\$B\$8$	сумарна кількість препаратів, що доставляються в аптеку №1 не повинна перевищувати потреб даної аптеки
$\$C\$24=\$C\$8$	те ж для аптеки №2
$\$C\$25=\$D\$8$	те ж для аптеки №3
$\$C\$26=\$E\$8$	те ж для аптеки №4
$\$B\$3:\$E\$7=цел$	не можна розділяти одну упаковку фармпрепарату між кількома аптеками

При «натисканні» кнопки **Виконати** допоміжного вікна **Поиск решения** з'являється допоміжне вікно **Результаты поиска решений**. Обираємо тип звіту **Результаты**. Після «натискання» кнопки **ОК** на робочому листі з'являються результати розрахунків. Таблиця з результатами буде мати вигляд, як на рис. 2.4.

	A	B	C	D	E	F
1	Аптечні	Споживачі				
2	склади	1	2	3	4	Запаси
3	A	0	80	0	0	80
4	B	0	0	50	25	75
5	C	60	0	0	30	90
6	D	0	0	20	0	20
7	Всього					245
8	Попит	60	80	70	55	265
9						
10	Аптечні	Споживачі				
11	склади	1	2	3	4	
12	A	40	50	70	60	
13	B	50	60	40	30	
14	C	30	70	60	50	
15	D	0	0	0	0	
16						
17	Цільова комірка	10050				
18						
19	Обмеження A	80				
20	Обмеження B	75				
21	Обмеження C	90				
22	Обмеження D	20				
23	Обмеження 1	60				
24	Обмеження 2	80				
25	Обмеження 3	70				
26	Обмеження 4	55				

Рис. 2.4

Аналізуючи отримані дані, можна встановити недопустимість подібного графіку. Оскільки склад D фіктивний, то аптека №3 недоотримає 20 упаковок препаратів з 70 замовлених, або ж 28%.

Випливає цілком логічне рішення - оскільки сумарні потреби вищі, ніж наявні запаси препаратів, рівномірно розподілити їх між аптеками, пропорційно до замовленої кількості. Здійснити це можна, накладаючи додаткові обмеження у вікні надбудови **Поиск решения**. Ці обмеження - кількість упаковок препаратів, які доставлятимуться з фіктивного складу D до кожної з аптек, інакше кажучи, кількість недоодержаних препаратів (рис. 2.5)

	A	B	C	D	E	F
1	Аптечні	Споживачі				
2	склади	1	2	3	4	Запаси
3	A	5	75	0	0	80
4	B	0	0	65	10	75
5	C	50	0	0	40	90
6	D	5	5	5	5	20
7	Всього					245
8	Попит	60	80	70	55	265
9						
10	Аптечні	Споживачі				
11	склади	1	2	3	4	
12	A	40	50	70	60	
13	B	50	60	40	30	
14	C	30	70	60	50	
15	D	0	0	0	0	
16						
17	Цільова комірка	10350				
18						
19	Обмеження A	80				
20	Обмеження B	75				
21	Обмеження C	90				
22	Обмеження D	20				
23	Обмеження 1	60				
24	Обмеження 2	80				
25	Обмеження 3	70				
26	Обмеження 4	55				

Рис. 2.5.

Програма *Optimal 1.4* використовується для знаходження розв'язку транспортної задачі. При цьому від користувача вимагається лише ввести вихідні дані, а саме:

- ✘ користуючись командами пункту меню *Таблиця*, вказати кількість складів та споживачів;
- ✘ у відповідні комірки необхідно ввести тарифи перевезень, величину потреб кожного споживача та величину запасів на кожному складі;

\* у вікні *Настройки* (команда *Задача/Настройки*) вказати режим розв'язування транспортної задачі (перевірочний чи детальний) (рис.2);

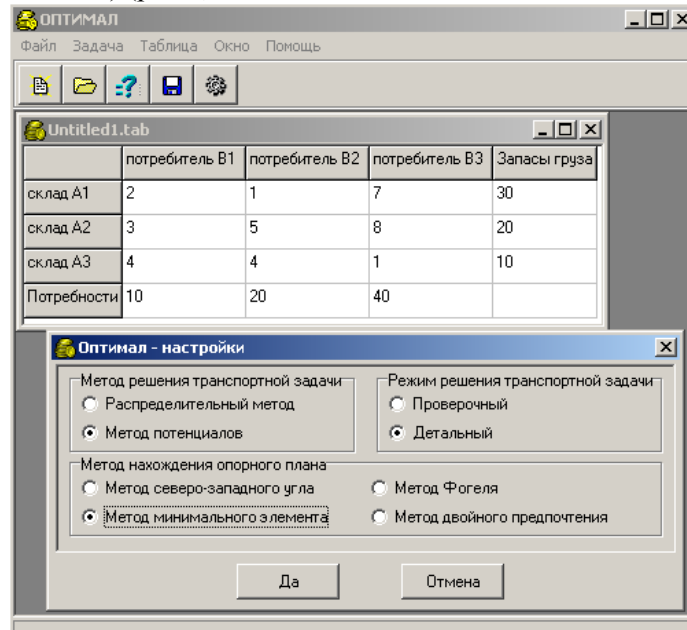


Рис.2

\* у тому ж вікні вказати, якими саме методами необхідно користуватися під час знаходження опорного плану задачі (методи північно-західного кута, мінімального елемента, Фогеля та подвійної переваги) та оптимального плану (розподільчий метод чи метод потенціалів);

Ввівши всі необхідні дані, користувач повинен обрати одну з двох команд пункту меню *Задача: Решить задачу* або *Найти опорный план*. Після цього відкриється вікно, що містить розв'язок задачі.

**Висновки.** Одним з основних завдань фахівця-менеджера є управління економічними системами, розробка та впровадження стратегічних і тактичних планів. Тому в системі фахової підготовки майбутніх менеджерів математичне програмування відіграє надзвичайно важливу роль, як один з основних інструментів управління економічними системами, що полягає в розробці методів розв'язування оптимізаційних задач та дослідження отриманих розв'язків.

Специфікою задач математичного програмування є певна обчислювальна складність. Тому сьогодні при їх розв'язуванні (не тільки в навчальній, а, насамперед, в професійній діяльності) широко використовуються програмні засоби. Ознайомлення студентів з існуючими програмними засобами, формування вмінь використовувати ІКТ при розв'язуванні та дослідженні оптимізаційних задач — одне з основних завдань курсу математичного програмування.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. – М.: Высшая школа, 1986.
2. Вітлінський В.В. Навчально-методичний посібник для самостійного вивчення дисципліни "Математичне програмування". - К.:КНЕУ, 2001.
3. Горчаков А.А., Орлова И. В. Компьютерные экономико-математические модели. – М.: Компьютер, ЮНИТИ, 1995.
4. Костевич Л.С. Математическое программирование: Информационные технологии оптимальных решений. – Мн.: Новое знание, 2003.
5. Кузнецов Ю.Н., Кузубов В.И., Волощенко А. Б. Математическое программирование. – М.: Высшая школа, 1980.
6. Курицкий Б.Я. Поиск оптимальных решений средствами EXCEL 7.0. – СПб.: ВНУ, 1997.
7. Федосеев В.В., Гармаш А.Н., Дайтбегов Д.М. Экономико-математические методы и прикладные модели: Учеб. пособие. – М.: ЮНИТИ, 1999.
8. Цисарь И.Ф., Непман В.Г. Компьютерное моделирование экономики. – М.: «Диалог-МИФИ», 2002.
9. Ясеновский С.В., Горобцов Г.Я., Завьялкин Д.В. Методические указания по применению ППП для решения задач линейного программирования. – М.: МЭСИ, 1989.