

Maxima – система комп’ютерної математики для вітчизняної освіти

Однією з тенденцій останніх років є дедалі ширше впровадження математичних пакетів у процес навчання математики, адже, як зазначає В.І. Ключко, “використання математичних пакетів при розв’язуванні задач різних розділів курсу математики дає можливість студентам кваліфікованіше, ефективніше маніпулювати математичними об’єктами... Вони оволодівають ідеями, насиченими геометричними ілюстраціями алгебраїчних методів, а не витрачають час на механічні обчислення” [1].

У розв’язанні питання вибору математичних пакетів для підтримки курсу математики є два основних напрямки: 1 – розробка спеціалізованих програмних середовищ, 2 – використання існуючих математичних пакетів. Другий напрямок є досить поширеним в країнах Західної Європи та США, однак більшість ВНЗ України неспроможні придбати достатню кількість ліцензій таких пакетів для організації навчання математики.

В рамках першого напрямку в Україні створені такі ефективні ППЗ, як GRAN (М.І. Жалдак), DG (С.А. Раков), Extremum (Ю.В. Триус) та інші, однак програмне забезпечення багатьох розділів (зокрема, лінійної алгебри, теорії чисел, числових систем, аналітичного інтегрування тощо) або відсутнє, або можливості його використання дуже обмежені.

Враховуючи, з одного боку, значний обсяг роботи, необхідний для створення таких ППЗ (десятьки людино-років), а з іншого – нагальну потребу в програмній підтримці всього курсу вищої математики, ми об’єднали зусилля з інтернаціональною командою розробників системи символічної алгебри Maxima [2].

1. Maxima: вчора, сьогодні, завтра

Maxima – це відома алгебраїчна система, розробка якої почалася в Масачусетському технологічному інституті (МТІ) в 60-х роках минулого століття у рамках проекту MAC. Спочатку дослідження символічного й алгебраїчного опрацювання математичних виразів (symbolic and algebraic computing, SAC) було пов’язане зі штучним інтелектом, однак невдовзі воно перетворилося на окрему самостійну галузь досліджень, що відноситься зараз більше до математики, ніж до штучного інтелекту.

Уміння проводити аналітичні розрахунки – одна з головних переваг цієї програми. Maxima «вміє» перетворювати і спрощувати алгебраїчні вирази, диференціювати й обчислювати визначені і невизначені інтеграли, обчислювати скінченні і нескінченні суми і добутки, розв’язувати алгебраїчні і диференціальні рівняння і системи, а також розкладати функції в ряди і знаходити границі. Крім того, Maxima має стандартні доповнення для аналітичних розрахунків.

Для задач, які неможливо розв’язати аналітично, Maxima містить велику кількість ефективних алгоритмів для проведення чисельних розрахунків. Використання програми Maxima дозволяє розв’язувати задачі оптимізації (лінійного програмування, знаходження екстремумів функцій), а також задачі математичної статистики. В Maxima реалізовано адаптивний контроль точності, заснований на виборі внутрішніх алгоритмів, які дозволяють її максимізувати.

Пакет має вбудовану довідкову систему з прикладами використання тих чи інших функцій.

Система настільки гнучка й універсальна, що її використання може надати неоціненну допомогу в розв’язуванні математичних задач як школяреві, котрий осягає основи математики, так і майбутньому науковцеві, котрий використовує математичні методи для розв’язання різних прикладних задач [5].

Історія розробки Maxima поділяється на три періоди: науково-дослідний проект у МТІ, проект під керівництвом Вільяма Шелтера і поточний проект Maxima.

MACSYMA (Проект Mac’s SYmbolic MANipulation System) була розроблена групою Matlab у лабораторії комп’ютерних наук МТІ (спочатку відомої як Project MAC) у 1969–1972 р. Ця робота була підтримана грантами Дослідницького агентства ВМС, Міністерства енергетики і ВПС США. Macsyма була модифікована для використання під ОС UNIX (на комп’ютерах DEC VAX і робочих станціях Sun) Ричардом Фейтманом і його колегами з Каліфорнійського університету (Берклі); ця версія Macsyма відома як VAXIMA.

Ліцензування в 70-ті рр. програмних кодів Macsyма призвело до створення інших систем комп’ютерної математики – Maple фірми Waterloo Maple Inc. та Mathematica фірми Wolfram Research. Спільність цих програмних продуктів виражається як у схожому синтаксисі (табл. 1), так і в спільних алгоритмах.

Табл. 1. Порівняння команд Maxima, Maple, Mathematica (фрагмент)

	Maxima	Maple	Mathematica
границя	<code>limit(x-7, x, 3);</code>	<code>limit(x-7, x=3);</code>	<code>Limit[x-7, x->3]</code>
розгортка виразу	<code>expand((a+b)^3);</code>	<code>expand((a+b)^3);</code>	<code>Expand[(a+b)^3]</code>
розклад на множники	<code>factor(%);</code> <code>ezgcd(num, denom);</code>	<code>factor(%);</code> <code>normal(%);</code>	<code>Factor[%]</code>
розв’язування рівнянь	<code>solve(a*x^2=4,x);</code>	<code>solve(a*x^2=4,x);</code>	<code>Solve[a x^2==4, x]</code>
3D-графіка	<code>plot3d(sin(x*y), [x, -2, 2], [y, -1, 1]);</code>	<code>plot3d(sin(x*y), x=-2..2, y=-1..1);</code>	<code>Plot3D[Sin[x y], {x, -2, 2}, {y, -1, 1}]</code>
квадратний корінь	<code>sqrt(3);</code>	<code>sqrt(3);</code>	<code>Sqrt[3]</code>
функції	<code>f(x) := x^2+1/2; або</code> <code>define(f(x), x^2+1/2);</code>	<code>f:=x->x^2+1/2; або</code> <code>f:=unapply(x^2+1/2,x);</code>	<code>f[x]=x^2+1/2 або</code> <code>f=Function[x, x^2+1/2]</code>

Таким чином, Macsyма фактично стала родоначальником всього напрямку програм символічної математики.

“Академічність”, неінтуїтивний інтерфейс користувача Macsyма у 80-ті роки суттєво звузили

сферу її використання, до того ж лоббіювання інтересів інших фірм, що виробляли подібні програмні продукти, призвели до фактичної зупинки роботи над нею.

Новий етап у розвитку Махіма настав у 1999 році, коли минув термін дії патенту, і права на Махіма повернулись до одного з її авторів – Вільяма Шелтера, який виконав повну переробку системи та залучив до її відкритої розробки провідних спеціалістів. Вільям Шелтер розробляв і підтримував Махіма до своєї передчасної кончини в 2001 році. З листопада 2001 року проект Махіма підтримується роботою команди на чолі з Джеймсом Амундсоном і Річардом Фейтманом.

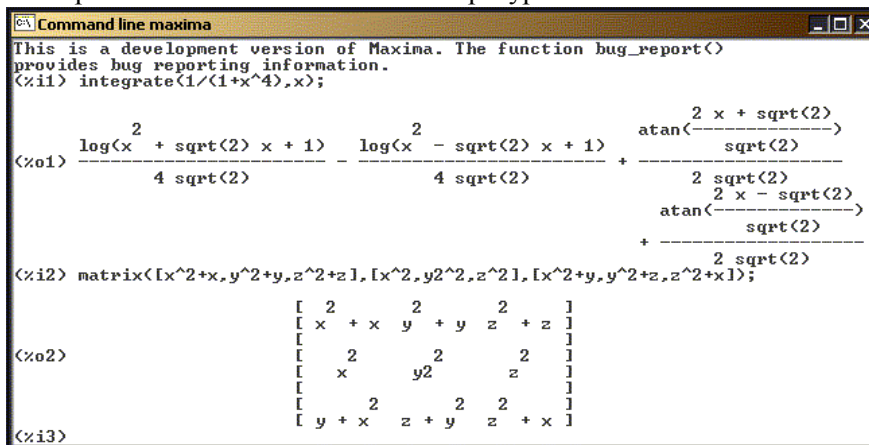
Сьогодні проект продовжує активно розвиватися, і участь в ньому є кращою візитною карткою для математиків та програмістів з усього світу. Завдяки зусиллям інтернаціональної команди розробників Махіма набула ряд особливостей, що дозволяють використовувати її у вітчизняній освіті [3; 4]:

- 1) система повністю відкрита, ліцензійно чиста та безоплатна;
- 2) система незалежна від використовуваної операційної системи й апаратної платформи;
- 3) сорокарічний досвід вдосконалення системи призвів до появи в ній повністю відлагоджених, швидких та оптимізованих алгоритмів;
- 4) система не вимагає інсталяції, мала за розміром та невимоглива до апаратних ресурсів;
- 5) в системі надається користувачеві широкий вибір інтерфейсів.

2. Інтерфейси Махіма

Система комп'ютерної математики (СКМ) Махіма адаптована до потреб різних категорій користувачів [6]. Текстове ядро системи (рис. 1) дозволяє побудувати спеціалізовані інтерфейси за допомогою технології “програмних обгорток”.

Графічний інтерфейс хмахіма (рис. 2) додає до ядра СКМ можливості побудови графіків та виклику довідкової системи. Сьогодні цей інтерфейс нами повністю локалізований і рекомендується до застосування на комп'ютерних системах з мінімальними ресурсами.



```

Command line maxima
This is a development version of Maxima. The function bug_report()
provides bug reporting information.
(%i1) integrate(1/(1+x^4),x);

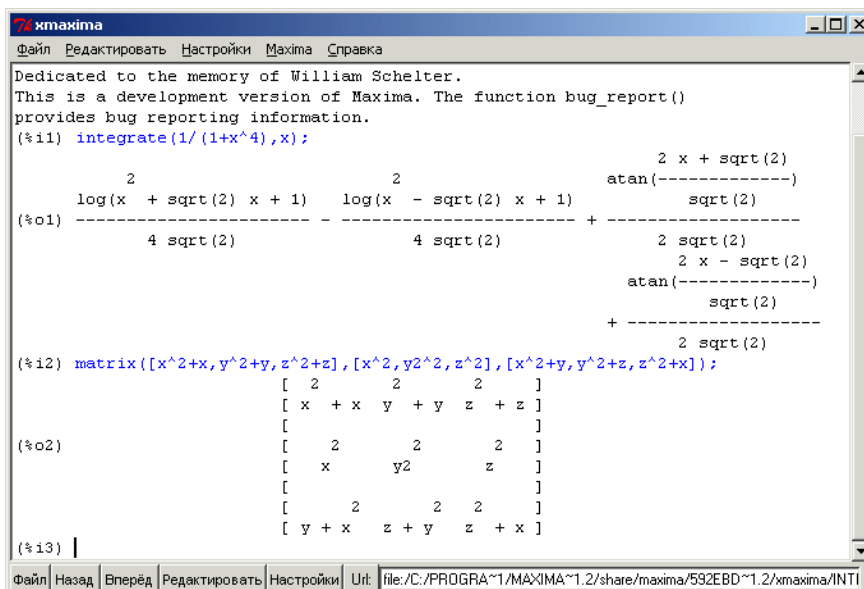
(%o1) 
$$\frac{\log(x^2 + \sqrt{2}x + 1)}{4\sqrt{2}} - \frac{\log(x^2 - \sqrt{2}x + 1)}{4\sqrt{2}} + \frac{\operatorname{atan}\left(\frac{2x + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)}{\sqrt{2}} + \frac{\operatorname{atan}\left(\frac{2x - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)}{\sqrt{2}}$$


(%i2) matrix([x^2+x,y^2+y,z^2+z],[x^2,y2^2,z^2],[x^2+y,y^2+z,z^2+x]);

(%o2) 
$$\begin{bmatrix} x^2+x & y^2+y & z^2+z \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ y+x & z+y & z+x \end{bmatrix}$$


(%i3)
  
```

Рис. 1



```

xmaxima
Файл Редактировать Настройки Maxima Справка
Dedicated to the memory of William Schelter.
This is a development version of Maxima. The function bug_report()
provides bug reporting information.
(%i1) integrate(1/(1+x^4),x);

(%o1) 
$$\frac{\log(x^2 + \sqrt{2}x + 1)}{4\sqrt{2}} - \frac{\log(x^2 - \sqrt{2}x + 1)}{4\sqrt{2}} + \frac{\operatorname{atan}\left(\frac{2x + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)}{\sqrt{2}} + \frac{\operatorname{atan}\left(\frac{2x - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)}{\sqrt{2}}$$


(%i2) matrix([x^2+x,y^2+y,z^2+z],[x^2,y2^2,z^2],[x^2+y,y^2+z,z^2+x]);

(%o2) 
$$\begin{bmatrix} x^2+x & y^2+y & z^2+z \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ y+x & z+y & z+x \end{bmatrix}$$


(%i3) |
  
```

Рис. 2

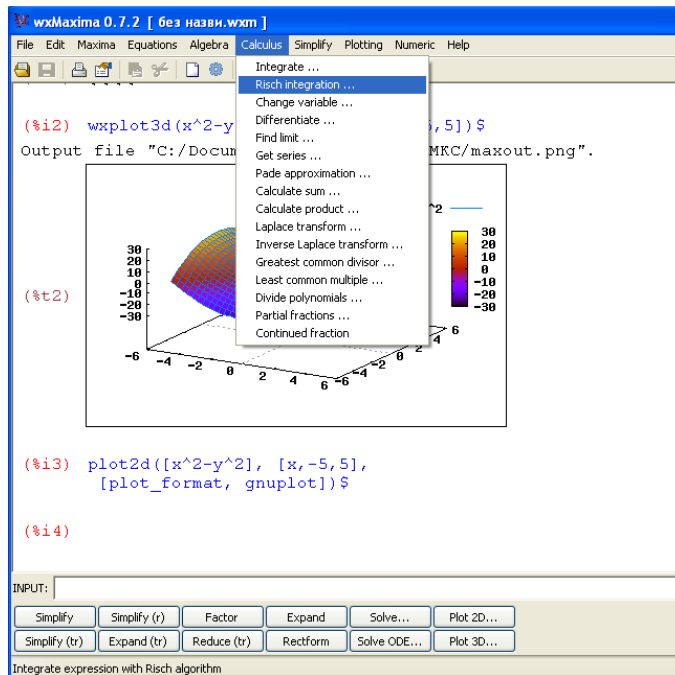


Рис. 3

Найбільш придатним для початківців виявився інтерфейс wxMaxima (рис. 3), використання якого забезпечує можливість конструювання вхідних виразів та надання конкретної допомоги. Інтерфейс TeXmacs відповідає концепції WYSIWYW (What You See Is What You Want) та спрямований на використання науковцями, надаючи їм уніфіковане середовище для створення структурованих документів з різними типами об'єктів (текстових, графічних, математичних тощо). Для відображення результатів використовується система TeX (рис. 4).

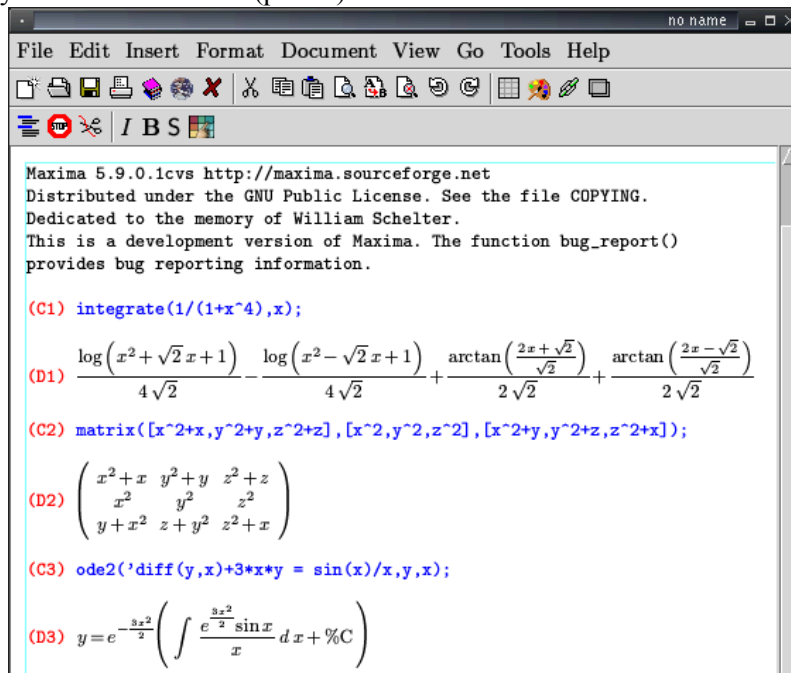


Рис. 4

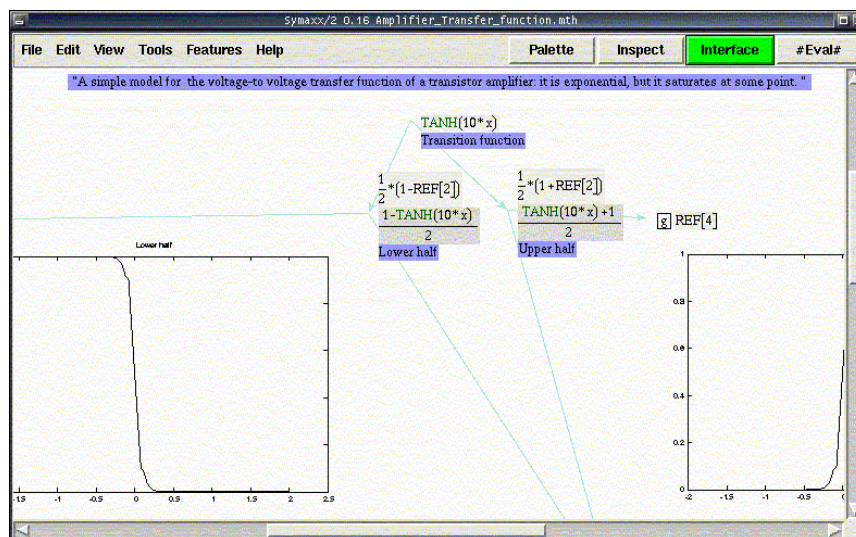


Рис. 5

Інтерфейс Symaxx/2 (рис. 5) орієнтований на подання задачі у вигляді набору взаємопов'язаних текстових, графічних і обчислювальних об'єктів та спрямований на застосування студентами інженерних спеціальностей.

Головним недоліком існуючих інтерфейсів Maxima була відсутність їхніх локалізованих версій, що є необхідною умовою популяризації даної системи серед вітчизняних користувачів. Адже для того, щоб вільно працювати у розвиненому середовищі комп'ютерної математики, необхідно володіти не тільки англійською, а й її «математичним діалектом».

Починаючи з моменту входження у групу розробників Maxima в 2002 році, нами ведеться цілеспрямована робота з її локалізації. Результатами цієї роботи є створення російського варіанту інтерфейсу wxmaxima (2004 р.), російського (2006 р.) та українського (2007 р.) варіантів інтерфейсу wxMaxima (рис. 6).

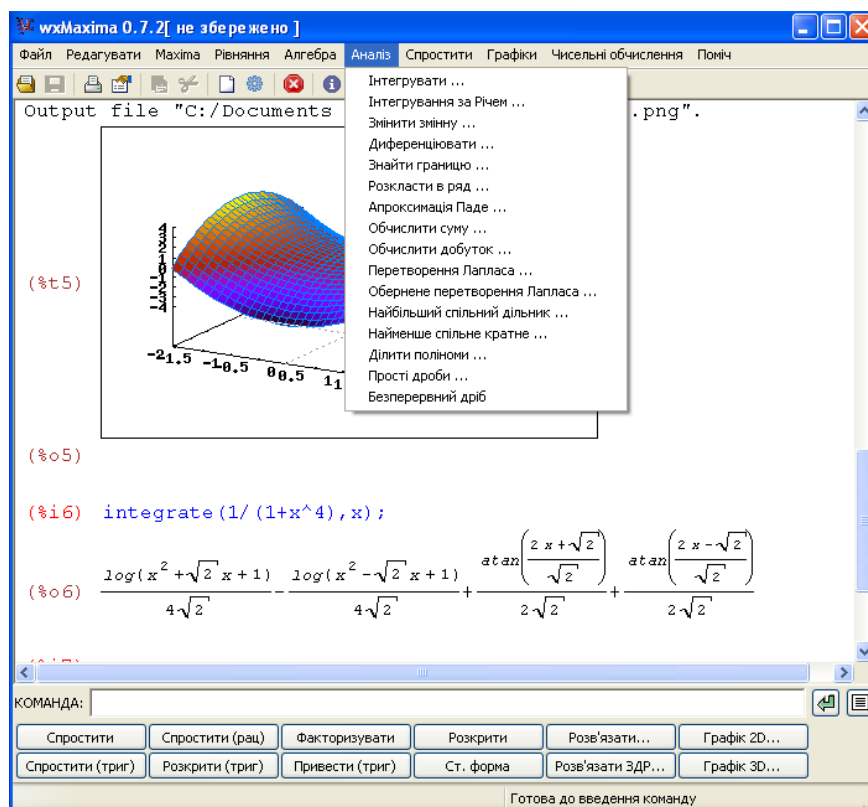


Рис. 6

Починаючи з серпня 2007 р., результати виконаної роботи входять у стабільну версію системи, що доступна для завантаження за адресою: <http://downloads.sourceforge.net/maxima/maxima-5.13.0.exe>

Додатково нами було створено два нові інтерфейси – Maxima/MathML [7] та PyQtMaxima [8].

Для створення експериментального інтерфейсу Maxima/MathML (рис. 7) нами був використаний вільно поширюваний браузер Mozilla. В середовищі цього браузера при застосуванні MathML можливе подання математичного матеріалу в зрозумілій та зручній формі. Інтерфейс побудований за технологією COM (моделі компонентних об'єктів), що об'єднує наступні компоненти: компонент ActiveX браузера Mozilla, СКМ Maxima та проксі-додаток LOOK.

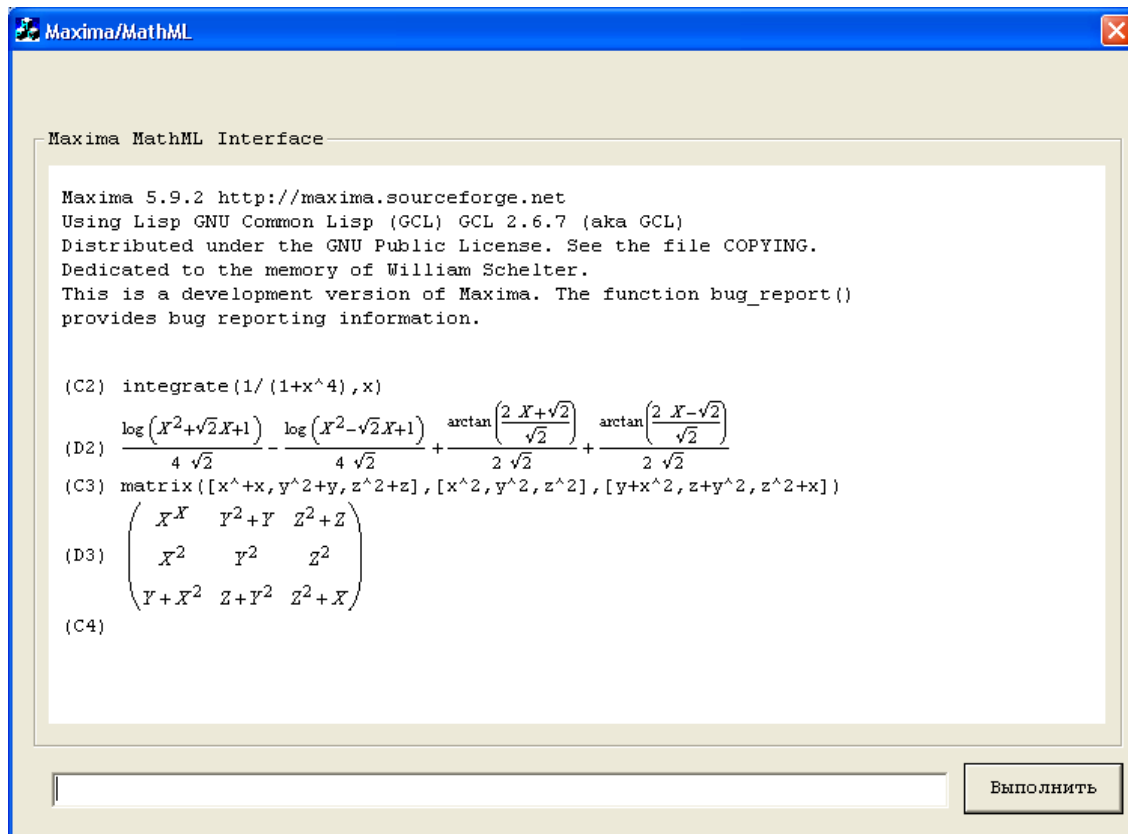


Рис. 7

До другого інтерфейсу були поставлені наступні вимоги:

- 1) інтерфейс повинен однаково працювати під управлінням різних операційних систем (ОС), тобто бути незалежним від платформи;
- 2) інтерфейс повинен бути стандартним, тобто задовольняти всім ергономічним вимогам до такого роду програм;
- 3) інтерфейс повинен бути легким не лише у використанні, але й у розробці, тобто вимагати мінімум додаткового програмного забезпечення;
- 4) інтерфейс повинен працювати без установки, тобто для роботи його достатньо скопіювати.

Для уникнення залежності від операційної системи необхідним є виконання двох умов:

- 1) сумісність між операційними системами на рівні програмних інтерфейсів;
- 2) виконання програм на різних системах без перекомпіляції.

Перша умова сьогодні виконується на всіх операційних системах, що відповідають стандарту POSIX (Windows NT/2000/XP, Mac OS 10, усі UNIX-подібні системи і ряд інших). Виконання другої умови вимагає використання інтерпретованої кросплатформеної мови програмування.

Стандартизація інтерфейсу користувача природно вимагала застосування бібліотеки візуальних компонентів (віджетів). Виходячи з вимоги роботи під різними ОС, ми використали бібліотеку Qt.

Особливістю обраних засобів реалізації поставленої задачі побудови нового графічного інтерфейсу до Maxima є їхня відкритість, низька вартість (найчастіше – безкоштовність) та переносимість. Мова Python дозволяє писати дуже компактні програми, що легко читаються. Вони, як правило, набагато коротші, ніж еквівалентні програми, написані мовою Сі:

- високорівневі типи даних дозволяють записувати складні операції у вигляді простих виразів;
- оператори групуються шляхом зсуву вправо від основного тексту програми (із застосуванням абзацного відступу), замість операторних дужок;
- немає потреби в описі змінних і аргументів функцій.

Ми застосували Python для того, щоб виконати своєрідну склейку системи Maxima і бібліотеки Qt. Для цього нами був використаний спеціальний бібліотечний модуль – PyQt. У результаті виконаної роботи був створений новий інтерфейс до СКМ Maxima (рис. 8). Уся робота з перетворення команд користувача з командного рядка Maxima у графічний формат відбувається за допомогою модуля PyQt і прихована від користувача.

Назва інтерфейсу – PyQtMaxima – відображає єдність використаних засобів:
мова + бібліотека + програма = інтерфейс.

Розроблений інтерфейс, на відміну від TeXmacs та Symyx/2, є невимогливим до ресурсів та дозволяє одержати результати обчислень у природній математичній нотації з мінімальними затримками часу. В даний момент PyQtMaxima реалізує наступну функціональність:

- 1) підтримка алгебраїчних операцій (у тому числі матричних);
- 2) побудова двовимірних і тривимірних динамічних графіків;
- 3) символічне інтегрування, диференціювання тощо.

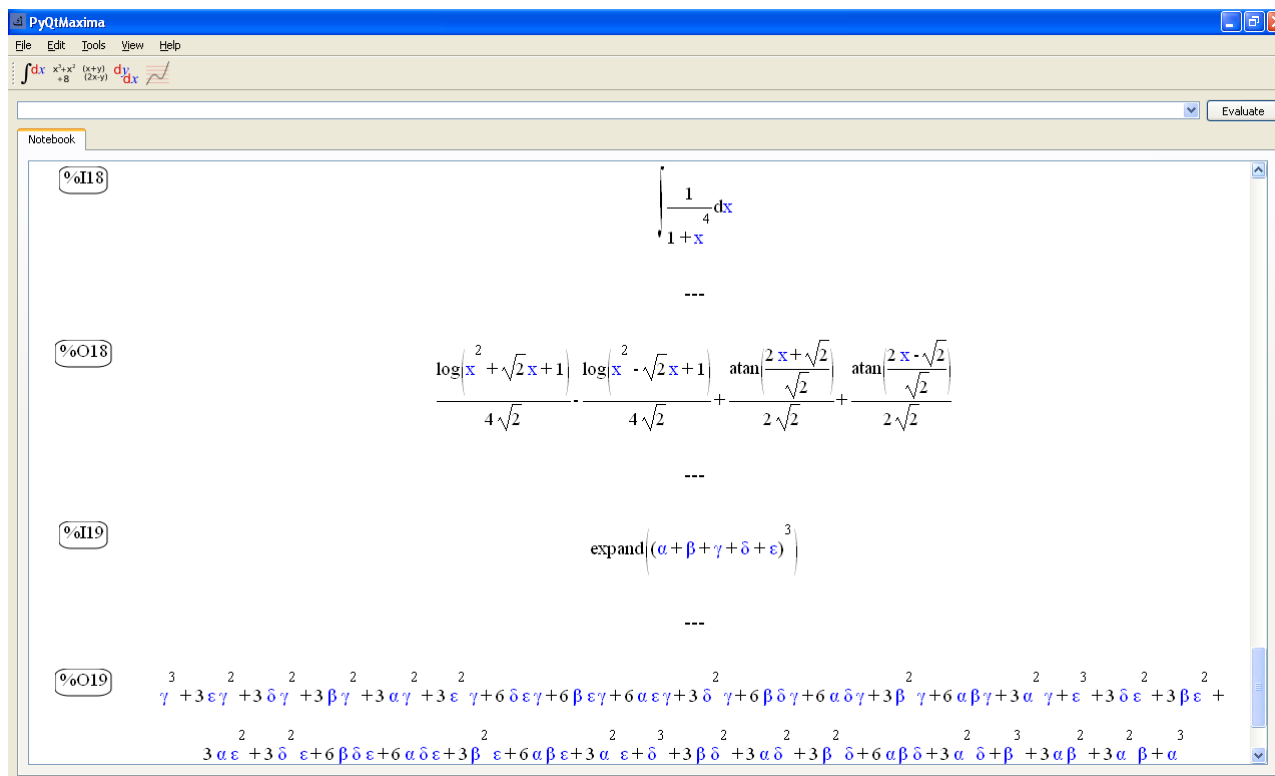


Рис. 8

Завдяки використаним засобам – мові Python і бібліотеці Qt – несподіваним результатом виконаної роботи стала можливість запуску розробленого інтерфейсу на мобільних терміналах та кишенькового ПК під управлінням Windows Mobile. Це дозволяє говорити про перспективи створення мобільного інженерного наукового калькулятора на основі системи Maxima.

3. Maxima як компонент системи дистанційного навчання

Огляд існуючих засобів подання математичних текстів в Інтернет, виконаний нами в процесі експериментальної роботи із впровадження системи дистанційного навчання (СДН) Moodle в навчальний процес вузів м. Кривого Рогу, показав, що найбільш універсальною є система TeX. Реалізація її на сервері дистанційного навчання дає змогу генерувати якісне візуальне подання математичних текстів, проте їх створення вимагає оволодіння значною кількістю команд TeX. Розроблений в Державному НДІ автоматизованих систем в будівництві редактор MathTextView забезпечує природне подання математичних текстів та якісну візуалізацію, проте вимагає встановлення додаткового програмного забезпечення та є платформено-залежним. MathML забезпечує гарне структурування та якісне подання математичних текстів, проте є занадто громіздким для оперативного застосування (наприклад, при дистанційному консультуванні).

Одним з найбільш придатних для застосування в системі дистанційного навчання є пакет webMathematica, що дозволяє з'єднати спеціальне ядро Mathematica та Web-сторінки, напряму підключаючись до Web-серверу. Пакет webMathematica реалізує кросплатформенну Java-технологію MSP (Mathematica Server Pages), що дозволяє включати команди з пакета Mathematica у HTML-сторінки чи у форми, які допомагають генерувати різні подання формул.

На жаль, webMathematica не є вільно поширюваною системою: вартість ліцензії webMathematica Class B 2.3 складає від 6,5 до 12,5 тис. доларів (в залежності від комплектації), тому на сьогодні ця система для вітчизняних навчальних закладів є доступною лише теоретично.

Саме тому нами було виконано дослідження можливостей використання системи комп'ютерної математики Maxima з генерування математичних текстів для СДН Moodle [9], результатом якого стала розробка генератора формульних виразів MaxTeXML у вигляді CGI-додатка (рис. 9). На вході генератора може бути як готовий вираз, так і набір команд системи комп'ютерної алгебри Maxima, виконання яких призводить до обчислення результуючого виразу.

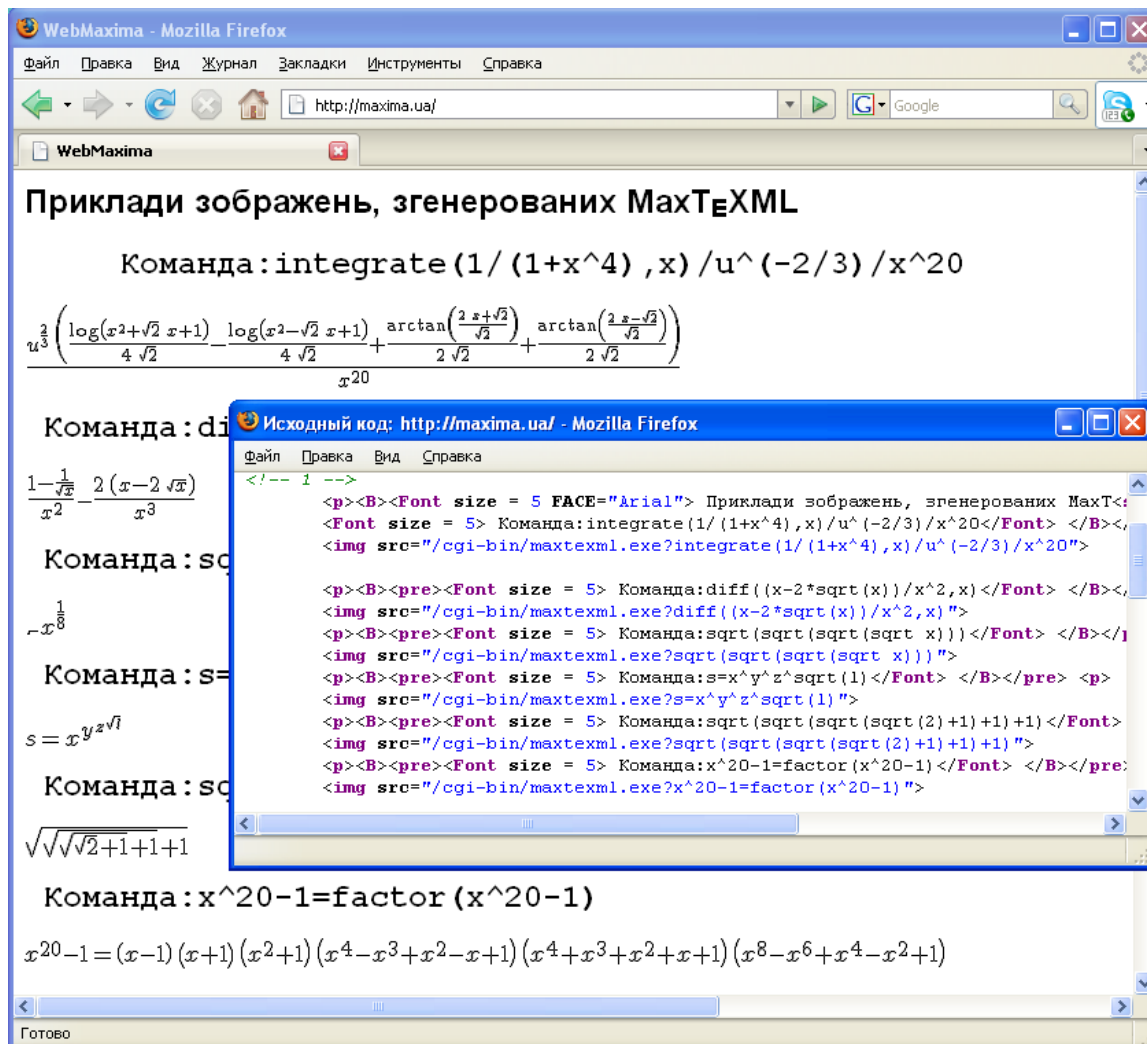


Рис. 9

Висновки

1. В статті в якості середовища для підтримки учнівських та студентських досліджень з вищої математики, чисельних методів, методів оптимізації, теорії автоматичного управління та інших дисциплін запропоновано систему комп'ютерної математики Maxima. Її визначальні особливості – стабільність, відкритість, ліцензійна чистота, безплатність, кросплатформенність, сумісність з іншими СКМ – дозволяють рекомендувати її до найширшого впровадження у вітчизняній системі освіти.

2. В ході тривалої роботи авторами був розроблений ряд нових інтерфейсів користувача до СКМ Maxima та виконана локалізація найбільш поширених існуючих – хmaxima та wxMaxima. Найбільш придатним для початківців виявився інтерфейс wxMaxima, використання якого забезпечує широкі можливості візуального конструювання математичних виразів та контекстну допомогу. Починаючи з Maxima 5.13, український та російський інтерфейси користувача увійшли до стабільного дистрибутиву системи [10].

3. Застосування систем комп'ютерної математики для генерування математичних текстів у системах дистанційного навчання є перспективною технологією, що об'єднує природну математичну нотацію, властиву системі комп'ютерної математики, із розвиненими можливостями використання MathML та TeX для візуалізації математичних текстів. Генератор формульних виразів MaxTeXML, який використовується в Maxima, TeX та MathML, є незалежним від операційної системи та Web-браузера, в ньому використовуються лише стандартні теги HTML, він може бути легко інтегрований у будь-яку як вільно поширювану, так і комерційну систему дистанційного навчання.

4. Впровадження Maxima у вітчизняну систему освіти дає можливість стабілізувати засоби навчання та усталити зміст значної кількості інформаційних дисциплін через уникнення їх залежності від операційної системи, мови програмування тощо. Це, в свою чергу, сприятиме підвищенню рівня теоретичної підготовки, дозволить створити стабільні підручники, надасть широкі можливості для вибору апаратних та програмних засобів навчання інформатики, знижуючи вартість володіння ними за рахунок використання ліцензійно чистого вільно поширюваного програмного забезпечення.

ЛІТЕРАТУРА

1. Ключко В.І. Вплив інформаційних технологій навчання на зміст та методику навчання математики в технічних ВНЗ // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики. – Вип. 3, т. 1. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2003. – С. 106–115.
2. Paulo Ney de Souza, Richard Fateman, Joel Moses, Cliff Yapp. The Maxima Book. – 2003.
3. Семеріков С.О. Розробка системи символічної математики для системи вищої освіти України // Формування духовної культури особистості в процесі навчання математики в школі та вищому

- навчальному закладі: Матеріали всеукраїнської науково-практичної конференції 22-24 травня 2003 року. – Луцьк: РВВ “Вежа” Волин. держ. ун-ту ім. Лесі Українки, 2003. – С. 46–47.
4. Леонова Н.А., Теплицький І.О., Семеріков С.О. До питання розробки та впровадження системи символної математики Maxima у ВНЗ України // Сборник трудов четвертого научно-методического семинара «Информационные технологии в учебном процессе». – Одесса: ЮГПУ им. К.Д. Ушинского, 2003. – С. 183–185.
 5. Семеріков С.О., Теплицький І.О. Розробка гіпертекстового довідника з системи Maxima для підтримки факультативного курсу “Комп’ютерні технології в наукових дослідженнях” // Збірник наукових праць Бердянського державного педагогічного університету (педагогічні науки). – №3. – Бердянськ: БДПУ, 2005. – С. 51–55.
 6. Семеріков С.О., Теплицький І.О. Огляд інтерфейсів системи комп’ютерної математики Maxima / Модернізація освіти: пошуки, проблеми, перспективи: Матеріали міжнародної науково-практичної конференції (Київ–Переяслав–Хмельницький, 22–25 травня 2006 року). – Київ–Переяслав–Хмельницький, 2006. – С. 178–181.
 7. Кондратенко С.В., Моисеенко Н.В., Семеріков С.А., Теплицький І.А. Maxima/MathML – новий інтерфейс к системе компьютерной алгебры Maxima / Проблеми підготовки та перепідготовки фахівців у сфері інформаційних технологій. Матеріали IV Міжнародної науково-технічної конференції “Комп’ютерні технології в будівництві”: Київ–Севастополь, 18-21 вересня 2006 р. – Кривий Ріг, 2006. – С. 33–34.
 8. Шокалюк С.В., Моисеенко Н.В., Семеріков С.А., Теплицький І.А. Разработка графического интерфейса к системе компьютерной математики Maxima в среде Python / Проблеми підготовки та перепідготовки фахівців у сфері інформаційних технологій. Матеріали V Міжнародної науково-технічної конференції “Комп’ютерні технології в будівництві”: Київ–Севастополь, 18-21 вересня 2007 р. – Кривий Ріг, 2008. – С. 108–109.
 9. Семеріков С.О., Теплицький І.О. Застосування системи комп’ютерної математики Maxima для генерування математичних текстів в системі дистанційного навчання / Тези доповідей науково-практичної конференції “Нові технології навчання: психологічні аспекти” / За ред. С.Д. Максименка, М.Л. Смульсон. – Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2007. – С. 39–40.
 10. Семеріков С.О. Maxima 5.13: довідник користувача / За ред. академіка АПН України М.І. Жалдака. – Київ, 2007. – 48 с.