Подмена их абстрактными понятиями и символами при недостаточной базе наблюдений и опыта нередко приводит к пагубному формализму, когда за кажущимися знаниями отсутствует их существо».

Різкій критиці ще в 1984 році (див. статтю Tetenbaum T.J., Mulkee T.A. Logo and the teaching of problem solving: a call for a moratorium// Ed. Thech. 24 (II): Nov.1984) піддавалися вченими намагання навчати дітей програмування навіть з використанням спеціально створеної ще у 80-ті роки С. Пейпертом системи ЛОГО, навколо якої було багато розмов у ті роки і які з часом зовсім припинилися.

Через багато років передбачення В.Г. Розумовського підтвердились. В 1999 році Міністерство науки і освіти Японії заборонило дітям в дошкільних закладах і початкових класах середньої школи користуватися комп’ютерами, відеомагнітофонами ті іншими електронними системами. Японці через двадцять років тотальної комп’ютеризації раптом виявили, що два покоління громадян втратили мислительну здатність генерувати художні образи з друкованого тексту. Це означає, що людина читає текст і не може відтворити в своїй свідомості картину, яка повинна продублювати відомості, подані на папері. Така здатність мозку у людини втрачена тому, що з раннього дитинства вона звикла отримувати образи в готовому вигляді на моніторі комп’ютера, екрані телевізора чи відеоплеєра (із повідомлення в Internet 20.11.2007, автор Сергій Гаврилов, джерело http:/www.novosti-n.mk.ua/analitic/read/?id=214).

Тому учням початкової школи використовувати комп’ютер для підтримки своєї діяльності, вивчати інформатику та інформаційні технології і пов’язані з ними речі немає жодної необхідності і не виключено, що навіть шкідливо. Подібні експерименти над дітьми без достатнього наукового психолого-педагогічного, а також санітарно-гігієнічного обґрунтування, намагання випередити природний розвиток дитини, так би мовити «обійти природу», є антинауковим, антипедагогічними, антигуманними. Гонитва за якимись примарними досягненнями і пріоритетами за рахунок ігнорування інтересів нормального фізичного і інтелектуального розвитку дітей нічим не може бути виправдана.

Михалін Г.О.
Доктор педагогічних наук, професор.
НПУ імені М. П. Драгоманова

Проблема формування професійної культури майбутнього вчителя математики у наукових роботах академіка Жалдака Мирослава Івановича

Проблема навчання математики існує та існуватиме стільки, скільки існує та існуватиме математика, як наука і як інструмент пізнання людиною оточуючого світу. Невмируща актуальність цієї проблеми породжується нескінченним розвитком математики і навпаки, нові досягнення у навчанні математики (які пов’язані, як правило, із створенням значно прозоріших форм подання математичних теорій у порівнянні з формами, запропонованими творцями цих теорій) сприяють глибшому розумінню нових математичних теорій учнями, студентами, молодими дослідниками, внаслідок чого виникає інтерес до математичних досліджень, серед результатів яких обов’язково будуть нові математичні теорії. Саме тому багато відомих математиків серед найважливіших результатів власної професійної діяльності згадують і створені ними навчальні посібники, підкреслюючи, що донести до свідомості учнів, студентів (а іноді й професійних математиків) сутність тих чи інших математичних теорій іноді значно складніше, ніж створити ці теорії. Сутність методики навчання математики полягає у мистецтві поєднання принципів науковості і доступності навчання.

У математиці часто те, що є очевидним, дуже важко довести, проте доводиться це робити, оскільки не менш часто нібито очевидне насправді є хибним.

Справжній вчитель навчає так, що все сказане ним сприймається його учнями, як очевидне, і не потребує доведень, проте час від часу учитель розкриває очі своїм учням, демонструючи, що очевидне для них насправді є хибним, викликаючи цим самим здивування і бажання активного навчання.

Для мене одним із справжніх вчителів є Жалдак Мирослав Іванович, який, як і Давидов Микола Олексійович та Дзядик Владислав Кирилович, безпосередньо вплинув на моє професійне становлення і суттєво розширив коло досліджуваних мною проблем.

Наші життєві шляхи цілком випадково перетнулися у 1964 році, коли я, після закінчення у місті Мелітополі курсів машиністів землерийних машин та вечірньої школи робітничої молоді, випадково опинився у Києві на бульварі Тараса Шевченка біля центрального корпусу педагогічного інституту імені О.М.Горького (зараз це НПУ імені М.П. Драгоманова) і прочитав оголошення про прийом студентів на спеціальність «Математика і програмування». Був останній день прийому документів, з досить довгого переліку яких у мене був лише паспорт без прописки та атестат про середню освіту.

Тому у приймальній комісії мені сказали, що документи у мене приймуть лише за дозволу ректора інституту – Марії Максимівни Підтиченко. Пішов я до Марії Максимівни, вона почитала мій атестат (він був із срібною медаллю) і дозволила мені складати вступні іспити, що я успішно здійснив та став студентом фізико-математичного факультету.

Серед викладачів фізико-математичного факультету у 1964 році з'явився молодий, стрункий, елегантний красень – Мирослав Іванович Жалдак, який успішно закінчив аспірантуру і вже у 1965 році став кандидатом фізико-математичних наук. З того часу, якщо враховувати ще роки навчання в аспірантурі, вже 50 років Мирослав Іванович працює на фізико-математичному факультеті (який лише нещодавно перетворився у два інститути) нашого університету, незмінно залишаючись лідером серед викладачів не тільки факультету, а й університету. Більш того, він досить швидко став помітною фігурою серед педагогів України, оскільки одним з перших став проводити наукові дослідження (як держбюджетні, так госпдоговірні), використовуючи рідкісні на той час електронно-обчислювальні машини та залучаючи до цієї діяльності молодих викладачів і студентів. Окрім цього, Мирослав Іванович один з перших в Україні опублікував ряд навчальних посібників для педагогічних інститутів з обчислювальної математики, програмування та теорії ймовірностей [1]-[5].

Отже, я знаю Мирослава Івановича з 1964 року, а він мене знає, скоріше за все, з 1967 року, коли я, один з небагатьох, склав йому на «відмінно» іспит з теорії ймовірностей. Колегами по роботі на одному факультеті ми стали 40 років тому, у 1972 році, коли я закінчив аспірантуру і розпочав працювати на кафедрі математичного аналізу.

Дана стаття присвячена огляду лише невеликої частини наукових робіт Мирослава Івановича, так чи інакше пов'язаних з проблемою формування професійної культури майбутнього вчителя математики, і у виконанні яких я брав участь або як співробітник, або як співавтор Мирослава Івановича.

Наша співпраця розпочалася у 1979 році, коли Мирослав Іванович запропонував мені посаду відповідального виконавця в очолюваній ним дослідницькій групі, яка виконувала замовлення Київського науково-дослідного інституту зв'язку. Замовнику потрібно було знати, як можна удосконалити відомі на той час алгоритми кодування-декодування факсимільних повідомлень (типу кодів Хаффмена, розпізнавання символів тощо) з метою створення факсимільної апаратури, ефективнішої за існуючу. На початку замовник вважав, що для перевірки ефективності кожного нового алгоритму кодування-декодування необхідно створювати відповідні кодер та декодер на базі існуючих вітчизняних електронних комплектуючих, проте проведені під керівництвом Мирослава Івановича дослідження переконали замовника, що значно ефективніше розв'язувати подібні задачі шляхом комп'ютерного моделювання.

Після цього протягом 12 років наша дослідницька група під керівництвом Мирослава Івановича плідно співпрацювала з інститутом зв'язку. Одержані результати знайшли схвалення міжнародного консультативного комітету з телефонії і телеграфії, штаб-квартира якого знаходиться у Женеві, були опубліковані у наукових журналах [6]-[8] та одержали авторські свідоцтва [9]-[10], а їх впровадження було представлено на Гановерській ярмарці технічних ідей. До цієї роботи активно залучалися найкращі студенти фізико-математичного факультету, які не тільки виконували суто технічну роботу, а й брали участь у розробці алгоритмів і написанні та налагодженні програм. Результатом такої діяльності були численні курсові та дипломні роботи, наукові доповіді на студентських наукових конференціях, що відбувалися у багатьох республіках Радянського Союзу.

Серед студентів і аспірантів, які залучалися до госпдоговірних досліджень, були, зокрема, Сергій Коваленко, Микола Працьовитий, Олена Сазонова, Ірина Соколовська, Олексій Томащук, Юрій Триус, Світлана Яценко. Ці студенти після закінчення інституту стали аспірантами та висококваліфікованими співробітниками кафедр вищої математики, математичного аналізу, інформатики, методики навчання математики. Більшість з них підготували і захистили кандидатські дисертації, а двоє – також і докторські. До речі, Ю.В. Триус був одним із перших серед учнів Мирослава Івановича, хто захистив кандидатську дисертацію. Через 20 років кількість таких учнів сягнула за 30, а кількість докторських дисертацій, захищених під керівництвом Мирослава Івановича, сягнула 12.

Підкреслимо, що логічним продовженням госпдоговірних досліджень з проблем комп'ютерного моделювання процесів кодування-декодування факсимільних повідомлень, зображень, даних стали дослідження, присвячені комп'ютерно-орієнтованим методичним системам навчання. Справа у тому, що процес навчання за своєю сутністю є процесом кодування-декодування різноманітних навчальних повідомлень. З появою персональних комп'ютерів народився прагматичний підхід (користувацький підхід) до навчання інформатики учнів середньої школи та майбутніх учителів, оскільки з'явилася реальна потреба у навчанні учнів та студентів систематично працювати на реальних комп'ютерах. Якщо раніше можливості комп'ютерного моделювання могли використовувати досить вузькі спільноти людей і в досить обмежених сферах людської діяльності, то з появою персональних комп'ютерів це стало доступним, в принципі, кожній людині.

Зокрема, для кожного вчителя персональний комп'ютер став новим інструментом навчання своїх учнів будь-яких дисциплін. Не останню роль при цьому відіграють різноманітні алгоритми кодування-декодування різноманітних даних, зокрема, факсимільних зображень.

Мирослав Іванович одним з перших відчув революційні зміни, пов'язані з появою і з впровадженням в усі сфери життя, включаючи і освіту, персональних комп'ютерів. Вже на початку 90-х років XX століття він разом із своїми учнями створює перший в Україні педагогічний програмний засіб GRAN [11]-[12], що стало підґрунтям народження нової наукової школи – школи академіка Жалдака Мирослава Івановича і нового напрямку наукових досліджень, широко відомого зараз під назвою комп'ютерно-орієнтовані системи навчання.

Важливість цього напрямку зокрема підтверджується тим, що він є одним з небагатьох наукових напрямків, фінансування яких підтримується державою: госпдоговірні дослідження у напрямку «Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання» під керівництвом Мирослава Івановича успішно виконуються протягом останніх 20 років на замовлення Міністерства освіти і науки України.

Наші спільні дослідження у галузі навчання математичного аналізу були логічним продовженням госпдоговірних досліджень з проблем комп'ютерного моделювання процесів кодування-декодування факсимільних даних. Вже всередині 80-х років XX століття Мирослав Іванович поставив задачу створення вітчизняного педагогічного програмного засобу для комп'ютерної підтримки навчання математики у школі та у вузі, а також не менш (а скоріше більш) важливу задачу створення принципово нових методичних систем навчання, названих Мирославом Івановичем комп'ютерно-орієнтованими.

Оскільки моєю основною спеціальністю був (і залишається) математичний аналіз, мені була поставлена задача осмислення наявного досвіду (включаючи і власний) навчання математичного аналізу майбутніх учителів математики і створення нової концепції навчання, яка б інтегрувала наявні здобутки і розкривала б шляхи подальшого удосконалення процесу професійної підготовки майбутнього вчителя математики у процесі навчання математичного аналізу. Результати розв'язування цієї задачі оформлено у вигляді низки статей, навчальних посібників, монографії та докторської дисертації. Значна частина цих результатів одержана за безпосередньою участю Мирослава Івановича [13]-[21].

Роботи [13] і [16] присвячено тому, як навчають елементів теорії міри учнів середньої школи та майбутніх учителів математики: традиційно в кращому випадку, не розкриваючи сутності поняття міри (довжини, площі, об'єму тощо), знайомлять з формулами, за якими можна знайти міри певних фігур, а в гіршому випадку намагаються підвести під ці формули наукообразний (проте хибний) фундамент, ігноруючи елементарні факти сучасної теорії міри, введені у математику понад 100 років тому.

Згідно з цими фактами поняття міри (довжини, площі, об'єму тощо) вводиться конструктивно і цілком доступно навіть учням середньої школи. Так, при введенні поняття площі плоскої фігури:

- спочатку домовляються, які плоскі фігури вважаються найпростішими (елементарними) і що називають (та як обчислюють) площу кожної такої найпростішої фігури (такими найзручніше вважати прямокутні трикутники, площею кожного з яких за означенням є півдобуток його катетів);
- потім вирішують, за якими правилами з найпростіших фігур утворюють спочатку прості, а потім довільні квадровні фігури і що називають (та як обчислюють) площу кожної такої фігури (простою фігурою називають кожне об'єднання скінченної або зчисленної кількості найпростіших фігур, попарно без спільних точок, при цьому площею цієї простої фігури за означенням є сума площ об'єднуваних найпростіших фігур; фігуру *Φ* називають квадровною, якщо її можна як завгодно добре наблизити знизу і зверху простими фігурами, площі яких як завгодно мало відрізняються від певного числа, яке і називається площею цієї квадровної фігури);
- нарешті переконуються, що сукупність квадровних фігур та їх площі задовольняють основні властивості:

1_s. Кожен прямокутник Ω є квадровною фігурою з площею, що дорівнює добутку вимірів цього прямокутника.

2_s. Якщо Φ – квадровна фігура і $\Phi \subset \Omega$, то $\overline{\Phi} = \Omega \setminus \Phi$ також квадровна фігура і сума площ Φ та $\overline{\Phi}$ дорівнює площі прямокутника Ω.

3_s. Якщо Φ_i – квадровні фігури і $\Phi_i \subset \Omega,\ i = 1,2,\ldots,\ \Phi_i \cap \Phi_j = \varnothing,$ коли $i \neq j$, то $\bigcup_i \Phi_i$ також квадровна фігура, причому площа цього об'єднання дорівнює сумі площ об'єднуваних фігур, коли вони попарно не перетинаються.

Отже, замість розпливчатого і, скоріше за все, незрозумілого навіть учителям поняття площі, що згадується майже у кожному шкільному підручнику з геометрії, та замість невиправданого наведення складного і фактично не обґрунтованого доведення теореми про площу прямокутника доцільно скористатися сучасним поглядом на поняття міри, і це допоможе значно простіше і водночас глибше та чіткіше подати майбутнім учителям матеріал, що стосується загального поняття міри та його частинних випадків. Про це, а також про інші проблеми, пов'язані з поняттям міри, йдеться у роботах [13] і [16].

У навчальних посібниках [18] і [21] та у статті [19] зокрема проілюстровано, як можна навчати майбутніх учителів математики елементів теорії міри та інтеграла, враховуючи сучасний рівень розвитку математики та принцип доступності навчання. Оцінюючи складність та обсяг подання теоретичних відомостей, легко переконатися, що у порівнянні з традиційними посібниками у посібниках [18] і [21]:

- це подання здійснюється шляхом систематичного використання проблемного методу навчання;
- підтверджується принцип «узагальнення заради спрощення», згідно з яким перехід до загальніших об'єктів часто робить теорію значно прозорішою і легшою для сприйняття, ніж вивчення цієї теорії на менш загальних об'єктах;
- розкривається тісний взаємозв'язок між курсом математичного аналізу та шкільним курсом математики (в цьому полягає принцип «провідної ідеї»);
- реалізується принцип інтегрованості навчання завдяки тому, що вивчення багатьох фактів здійснюється одночасно для функцій дійсної і комплексної змінної, звертаючи увагу на формування не тільки математичної культури майбутнього учителя, а й на методичну, інформаційну, мовну; так у посібнику [21] та у статті [19] значну увагу приділено застосуванням комп'ютерних засобів математики при вивченні інтегрального числення функцій однієї змінної;
- нарешті, завдяки вказаним особливостям стає можливою реалізація принципу «мінімізації часу на вивчення курсу за умови досить поміркованого рівня абстракції матеріалу, починаючи з рівня шкільного курсу математики».

У статті [15] на прикладі абстрактного поняття «границі функції $f(x)$ за умови, що $\varphi(x)$ прямує до a» проілюстрована практична важливість таких абстракцій. Зокрема показано, що без знання загальної (абстрактної) теорії часто неможливо розв'язати важливі задачі, навіть використовуючи потужні комп'ютерні засоби математики. Разом з тим, провівши (на основі загальної теорії) певні теоретичні міркування, можна розв'язати ту чи іншу задачу, застосовуючи досить прості комп'ютерні засоби математики або навіть взагалі не застосовуючи такі засоби. Окрім цього наведено вельми цікаві застосування «абстрактної» математики у таких «конкретних» науках, як психологія (на прикладі дослідження так званих точок хаотичної поведінки суб'єкта) та теорія ймовірностей (на прикладі вдалих та невдалих спроб знайти невідому ймовірність події за відносними частотами).

У науці лідерами є генератори ідей – вчені, які здатні ставити нові цікаві проблеми, пов'язані з галузями, де нібито все розв'язано, все зрозуміло і нема вже чого досліджувати. Так, у процесі навчання математики і в школі, і в університетах в основному мають справу з теоріями, відшліфованими багатьма поколіннями професійних математиків та вчених – методистів. Разом з тим кожен активно працюючий дослідник знає, що кожна розв'язана проблема породжує нові проблеми, як правило складніші за розв'язані, проте побачити нову проблему, оцінити її важливість та красу і сформулювати її у вигляді задачі – цей вид наукової діяльності доступний далеко не всім науковцям.

Мирослав Іванович, безумовно, володіє мистецтвом постановки наукових проблем і математичних, і методичних, і філософських. Підтвердженням цього є величезна кількість наукових робіт, виконаних під його керівництвом, починаючи від найголовнішого у науці: постановки проблем. Результати розв'язання однієї з таких нетривіальних за змістом, хоча й простих за формою проблем, наведено у статті [14].

Сутність цієї проблеми полягає у тому, щоб вирішити, чому відомі властивості дійсного степеня з додатною основою $\left(\left(a^{\alpha}\right)^{\beta}\right)=\left(a^{\beta}\right)^{\alpha}$; $(a\cdot b)^{\alpha}=a^{\alpha}\cdot b^{\alpha}$; $a^{\alpha}=a^{\beta}$, коли $\alpha=\beta$, є неправильними, коли основа степеня не є додатною, і чи можна так узагальнити поняття степеня, щоб згадані властивості були правильними для довільних дійсних або комплексних основ та показників степеня (аби тільки степінь існував). Зауважимо, що в існуючих підручниках з математичного аналізу (функцій дійсної та комплексної змінної) немає прямої відповіді на дану проблему, проте в них є теоретична база для знаходження цієї відповіді (знання комплексного аналізу допомагають зрозуміти парадокс: «$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}$, проте $1^{\frac{1}{2}} \neq (1^2)^{\frac{1}{4}}$», проте у комплексному аналізі прямо не сказано, як уникнути цього парадоксу). У роботі [14] ця проблема була розв'язана шляхом введення так званих ріманових комплексних чисел, які відрізняються від звичайних комплексних чисел лише тим, що їх аргументи задаються однозначно, а не з точністю до $2\pi k$, як у звичайних комплексних чисел.

За допомогою такого (на перший погляд, незначного) узагальнення комплексного числа, використовуючи відомі з комплексного аналізу формули, узагальнюються поняття степеня, експоненти, логарифма таким чином, що відповідні степенева, експоненціальна і логарифмічна функції є звичайними (а не многозначними, як у комплексному аналізі) з такими самими властивостями, як і у відповідних функцій дійсної змінної. При цьому не виникають парадокси, що є наслідниками необґрунтованих міркувань типу

$$«\frac{1}{3}=\frac{2}{6},\ \textit{а тому}\ -1=\sqrt[3]{-1}=\left(-1\right)^{\frac{1}{3}}=\left(-1\right)^{\frac{2}{6}}=\sqrt[6]{\left(-1\right)^2}=\sqrt[6]{1}=1,\ \text{тобто}\ -1=1»,$$

проте з'являються парадоксальні, однак правильні, твердження типу «$\left(-1\right)^2 \neq 1^2$ у просторі ріманових комплексних чисел», що є несподіваними наслідками цілком обґрунтованих і правильних міркувань.

Основна ідея роботи [20], запропонована Мирославом Івановичем, полягає у тому, щоб знайти «розумну середину» між діаметрально протилежними поглядами на місце теорії множин у шкільному курсі математики: прихильники реформи шкільного курсу математики, запропоновану у 60-х роках XX століття видатним російським математиком Андрієм Миколайовичем Колмогоровим, переконані у доцільності побудови шкільного курсу математики на теоретико-множинній основі, а їхні опоненти, поділяючи думку відомого російського математика Льва Семеновича Понтрягіна, вважають, що у шкільному курсі математики недоцільно навіть згадувати про теорію множин.

У роботі [20] проілюстровано важливість, доцільність і доступність вивчення у школі *елементарних фактів теорії множин*, які не тільки не ускладнюють шкільний курс математики, а навпаки допомагають подати його прозоріше завдяки чіткішому тлумаченню таких понять, як змінна, значення змінної; відповідність, залежність, функція, відображення; кількість елементів; скінченна, нескінченна, зчислена та незчисленна кількості; відстань між точками та множинами; куля і замкнена куля та багато інших. Показано, що за допомогою лише деяких елементарних фактів теорії множин можна будувати вельми змістовні математичні моделі навіть у рамках шкільного курсу математики. Цим самим не просто декларуються принципи науковості і доступності, диференційованості та інтегрованості навчання математики у школі та педагогічних університетах, а й розкриваються шляхи реалізації цих принципів.

Ґрунтовніше проблеми навчання математичних дисциплін майбутніх вчителів математики розкрито у роботі [17] , основна думка якої полягає у тому, що навчання математики майбутніх учителів математики повинно бути тісно пов'язаним із сучасним рівнем розвитку математичної науки, що забезпечить реалізацію не тільки принципу науковості, а й принципу доступності навчання. Справжня доступність навчання (а не спрощення аж до втрати сутності явища) по суті неможлива без справжньої науковості (а не наукоподібності) навчання. Причиною цього є те, що кожна математична (і не тільки) теорія у своєму розвитку проходить чотири етапи:

- *етап зародження теорії*, на якому переважають суб'єктивно-інтуїтивні методи введення основних понять та одержання основних фактів теорії; теорія доступна досить вузькому колу вчених – творців теорії, кожен з яких має свій погляд на цю теорію;
- *етап первинного обґрунтування*, на якому переважає ще суб'єктивно-інтуїтивне сприйняття основних фактів теорії і саме тому вона є доступною невеликому колу вчених, частина з яких робить перші спроби обґрунтування , а тому й спрощення основних положень і тверджень, завдяки чому теорія все більше ґрунтується на об'єктивних істинах і стає доступною для опанування найближчими учнями вчених;
- *етап достатнього обґрунтування*, на якому обґрунтування і спрощення основних положень і тверджень теорії досягає такого рівня, що з'являється можливість опанування теорією досить широким колом студентів університетів, а не тільки найближчими учнями творців теорії;
- *етап остаточного обґрунтування*, на якому основні факти теорії майже повністю позбавляються суб'єктивно-інтуїтивних відтінків, теорія не тільки набуває найабстрактнішого, найзагальнішого вигляду, завдяки чому значно розширюються межі її застосування, а й, як це не парадоксально, саме завдяки загальності з'являється можливість

для найпростішого, найдоступнішого подання основних фактів теорії найширшому колу учнів. Стосовно доступності і строгості (науковості) подання математичних теорій корисно пам’ятати слова видатного німецького математика Давіда Гільберта: «Великою помилкою є думка про те, що строгість доведення є ворогом простоти. Навпаки численні приклади показують, що строгі методи є разом з тим найдоступнішими. Саме прагнення до строгості примушує нас шукати найпростіші доведення. Це також прокладає шлях новим методам, пліднішим за попередні, менш строгі методи» [22, с.104].

Наші спільні дослідження, присвячені проблемам навчання теорії ймовірностей майбутніх учителів математики та учнів загальноосвітніх шкіл, розпочалися у 1999 році, коли я захворів і майже рік провів у лікарні. Мирослав Іванович підтримав мене не тільки словом, а й ділом, запропонувавши реалізувати обговорювану раніше ідею щодо створення посібника з теорії ймовірностей для майбутніх і працюючих вчителів математики, а також серію науково – методичних статей для журналу «Математика у школі». Саме ця спільна робота стала для мене одним з головних мотивів для боротьби з хворобою і допомогла мені більше, ніж лікарі, якщо й не подолати хворобу повністю, то більш-менш успішно протистояти їй. Саме за час мого перебування в лікарні ми з Мирославом Івановичем шляхом інтенсивного листування підготували рукописи посібника [23] та статей [28]-[33], у яких була реалізована ідея Мирослава Івановича про створення шкільного курсу теорії ймовірностей і математичної статистики, який відповідає сучасному рівню розвитку теорії ймовірностей (тобто є науковим) і водночас є доступним учням загальноосвітньої школи.

Підкреслимо, що після створення у 1935 році Андрієм Миколайовичем Колмогоровим аксіоматичної теорії ймовірностей розвиток цієї теорії досяг етапу остаточного обґрунтування, а сама теорія ймовірностей за словами відомого американського математика У. Феллерза *«перетворилася із сукупності результатів напівмістичних міркувань і маніпуляцій у струнку математичну теорію»*, що має численні практичні застосування у багатьох галузях. Не зважаючи на це, навчання теорії ймовірностей у багатьох університетах, включаючи й педагогічні, здійснюється на основі так званого «класичного означення ймовірності», що насправді не є означенням, а є хибним постулатом, що призводить до такого подання навчального матеріалу, яке У. Феллер назвав *«мистецтвом вводити в оману»*.

Зрозуміло, що коли автори сучасних шкільних підручників навчалися в університетах, в яких процвітало «мистецтво вводити в оману», то вони і у власних підручниках навчають «цього мистецтва», посилаючись на засновників теорії ймовірностей, нібито за останні 200 років ця теорія нічим не збагатилася . Мирослав Іванович поставив задачу розірвати хибне коло «класичного означення ймовірності» і вже багато років систематично працює над подоланням далеко не кращих освітянських традицій, пов’язаних із змістом та методами навчання математики в школі і педагогічному університеті.

За 12 років після виходу у світ посібника [23] він неодноразово удосконалювався і перевидавався [24] - [25]. На основі цього посібника було створено фундаментальний підручник [26] та збірник задач [27] для студентів фізико - математичних спеціальностей педагогічних університетів. Окрім цього досвід навчання теорії ймовірностей і математичної статистики в університеті та у школі висвітлено у науково – педагогічних статтях [28] - [50].

Основна ідея пропонованого Мирославом Івановичем підходу до навчання теорії ймовірностей є цілком природною і для повсякденного життя і для наукового пізнання світу: *розкриття процесу побудови математичної (ймовірнісної) моделі довільного реального випадкового явища та пов’язаних з ним реальних випадкових подій, а не формальне вивчення таких моделей (можливо і на високому науковому рівні) і, тим паче, не напівмістичне подання нечітких уявлень про реальні випадкові події та їх «реальні і до того ж класичні ймовірності»*.

Значна увага (що є значно більшою ніж у формальних університетських курсах) приділяється поняттю випадкового (стохастичного) експерименту. За допомогою досить великої кількості прикладів розкриваються характеристичні умови кожного експерименту, які повинні визначати:

- ✓ що вважати результатами такого експерименту і як ці результати одержувати;
- ✓ як за результатами експерименту утворювати математичні моделі реальних випадкових подій, пов’язаних з даним експериментом;
- ✓ чим можна вимірювати те, наскільки часто відбувається кожна випадкова подія, пов’язана з даним експериментом.

Отже, через умови, за якими визначається експеримент, задають план (програму) побудови відповідної ймовірнісної моделі. У процесі побудови потрібної моделі, а також при використанні цієї моделі на практиці ці умови, а отже і моделі, можуть неодноразово уточнюватися

Першим кроком побудови ймовірнісної моделі даного експерименту є утворення можливого простору **Ω** елементарних подій (сукупності можливих результатів даного експерименту). Це надає можливість чіткого математичного тлумачення поняття «випадкової події», а також операцій над подіями. При цьому *підкреслюється, що не завжди доцільно, а іноді навіть неможливо вважати подією будь-яку сукупність результатів випадкового експерименту*. У зв'язку з цим виникає питання: «*Які вимоги необхідно накладати на сукупність S тих підмножин простору* Ω *елементарних подій, кожну з яких можна вважати випадковою подією, пов'язану з даним експериментом?*»

Цілком природною відповіддю на це питання є така: «*На сукупності S повинні бути здійсненними усі операції над подіями*».

Виявляється, що для цього необхідно і достатньо, щоб задовільнялись лише *три основні вимоги до простору S*:

1_s. $\Omega \in S$:

2_s. Якщо $A \in S$, то $\overline{A} \in S$:

3_s. Якщо $A_i \in S$, i= 1, 2, …, то і $\sum A_i \in S$.

Підкреслюється, що для побудованого простору Ω елементарних подій можна утворити, взагалі кажучи, багато сукупностей S, що задовольняють умови 1_s-3_s. В залежності від потреб і домовленостей вибирають одну з цих сукупностей і називають її *простором подій S*, а кожну підмножину $A \subset \Omega$, що належить до S, називають випадковою подією, пов'язаною з даним експериментом. Усі інші підмножини простору Ω (що не належать до S) випадковими подіями не вважаються.

Вибір можливого простору подій S є *другим кроком побудови ймовірнісної моделі даного випадкового експерименту.*

Таким чином, процес побудови і простору Ω елементарних подій, і простору подій S не є жорстко детермінованим, оскільки є різні можливості для вибору і Ω, і S.

Останній *третій крок побудови ймовірнісної моделі* даного випадкового експерименту пов'язаний із заданням на S ймовірнісної міри, тобто характеристик того, наскільки часто відбувається кожна випадкова подія А з простору S. Такі характеристики є «*мірою вірогідності*» кожної події $A \in S$, оскільки на практиці задаються за допомогою відомих мір: кількості точок, довжини, площі, об'єму тощо. Способів задання такої «міри вірогідності» існує, взагалі кажучи, безліч. Найпростіший з них і водночас найчастіше застосовуваний на практиці та у певному розумінні найуніверсальніший пов'язаний з абсолютною та відносною частотою відбування кожної події A у даній серії з n послідовних випробувань. Саме тому Мирослав Іванович запропонував вивчати у школі поняття *статистичної ймовірності*, яке ототожнюється з поняттям відносної частоти випадкової події $A \in S$ у даній серії з n послідовних випробувань.

З означення статистичної ймовірності (що є конструктивним на відміну від поширеного у навчальній літературі «*статистичного означення ймовірності*») випливає, що не важливо, яким є простір подій S (на відміну, наприклад, від геометричного способу задання ймовірності). З цього означення також легко дістати *три основні властивості ймовірнісної міри* $P(A)$, $A \in S$:

1_p. $P(A) \geq 0$, $A \in S$.

2_p. $P(\bigcup_i A_i) = \sum_i P(A_i)$, коли $A_i \in S$, $i = 1, 2, \ldots$, і $A_i A_j = \varnothing$, коли $i \neq j$, тобто A_i попарно несумісні.

3_p. $P(\Omega) = 1$.

Ці властивості нагадують відомі ще із школи властивості довжини, площі, об'єму тощо, об'єднані спільною назвою – міра, це є ще однією підставою вважати статистичну ймовірність ймовірнісною мірою, тобто «мірою вірогідності» довільної події А з даного простору подій S, пов'язаного з даним випадковим експериментом. Після цього можна сказати, що ймовірнісну міру («міру вірогідності») події А даного простору S можна задавати різними способами , спільним для яких є те, що завжди повинні задовольнятися умови 1_p – 3_p, з яких випливають багато інших важливих властивостей ймовірнісної міри незалежно від способу її задання.

Таким чином, запропонований Мирославом Івановичем *емпірично-індуктивний підхід до введення поняття випадкової події та її ймовірності* суттєво відрізняється від *маніпулятивно-напівмістичного підходу*, що ґрунтується на «класичному означенні» ймовірності, і від *абстрактно-дедуктивного формального аксіоматичного введення* поняття випадкової події та її ймовірності.

Невід'ємною складовою емпірично-індуктивного підходу є систематичне використання комп'ютерних засобів математики, серед яких найдоступнішим для школи є GRAN1, а також дистанційних курсів навчання [46]. У роботах [23] - [50] переконливо доведено, що емпірично-індуктивний підхід у навчанні елементів стохастики:

- дозволяє (навіть якщо обмежитися вивченням лише статистичних ймовірностей) сформувати у учнів адекватне уявлення про стохастичні методи дослідження у різних галузях діяльності людини;
- сприяє організації діяльнісного, диференційованого та індивідуалізованого навчання на різних рівнях складності;
- розкриває практичну значущість навчального матеріалу;
- розкриває універсальну роль статистичних ймовірностей, яка полягає у тому, що за їх допомогою можна як завгодно добре наблизити будь-які інші ймовірності;
- дозволяє широко використовувати міжпредметні зв'язки та аналогії;
- формує критичне ставлення не тільки до наукоподібних висловлювань, а й до можливостей застосування дійсно наукових теорій.

У рецензії [52] на перше видання книги Мирослава Івановича Жалдака «Комп'ютер на уроках математики» [51] я висловив думку, що ця книга напевно стане каталізатором бурхливого впровадження комп'ютерних технологій у процес навчання не тільки математики, а й усіх інших навчальних дисциплін. Так воно і сталося, причому найактивнішим учасником і лідером цього впровадження був і залишається Мирослав Іванович, чого я йому бажаю і на майбутнє. Необхідною умовою здійснення цього побажання є наявність міцного здоров'я і того, щоб час і випадок сприяли усім добрим справам, і цього від щирого серця я також бажаю Мирославу Івановичу.

Література

1. Жалдак М.І., Ковбасенко Б.С., Рамський Ю.С. Обчислювальна математика. – К.: Радянська школа, 1973. – 184 с.
2. Жалдак М.І., Рамський Ю.С. Елементи програмування. – К.: Радянська школа, 1976. – 208 с.
3. Жалдак М.І., Рамський Ю.С. Чисельні методи математики. – К.: Радянська школа, 1984. – 206 с.
4. Жалдак М.И., Квитко А.И. Теория вероятности с елементами информатики. – К.: Вища школа, 1989. – 263 с.
5. Жалдак М.І., Берлінська С.Ю., Кузьміна Н.М. Теорія ймовірності і математична статистика з елементами інформаційних технологій. – К.: Вища школа, 1995. – 352 с.
6. Балькин Г.Ф., Голосной В.И., Зайченко А.Т., Михалин Г.А., Сапунков М.И., Сиваков В.Т. Сравнение двух методов защиты факсимильной передачи при кодировании. // Системы и средства передачи дискретной информации. Сб. научн. трудов. – М. ИНИИС, 1989. – С. 50-54.
7. Балькин Г.Ф., Михалин Г.А., Сиваков В.Т. Повышение эффективности кода Хаффмена путем адаптиции к статистике строк развертки. // Материалы Всесоюзной конференции по теории кодирования и передачи информации. – Одесса, 1988. – С. 21-24.
8. Балькин Г.Ф., Михалин Г.А., Ходковский В.А. Об использовании методов распознавания символов при передаче факсимильных сигналов. //Зв'язок, 1996, №1. – С. 26-28.
9. Способ передачи факсимильных изображений с распознаванием символов // Авторское свидетельство СССР, SU1695510 A1, № 4707008/24. – Заявлено 19.06.89. Опубликовано 30.11.91. – Бюл. №44. – 20 с.
10. Способ передачи факсимильных изображений с распознаванием символов // Авторское свидетельство СССР, SU1695510 A1, № 4882799/24. – Заявлено 14.11.90. Опубликовано 15.04.93. – Бюл. №14. – 14 с.
11. Жалдак М.І., Пеньков А.В., Педагогічний програмний засіб GRAN. – К.: КДПІ, 1991 – 48 с.
12. Жалдак М.І., Горошко Ю.В. Програма GRAN1 для вивчення математики у школі й вузі. – К.: КДПІ, 1992. – 48с.
13. Жалдак М.І., Михалін Г.О. Елементи теорії міри у структурі професійних знань учителя математики // Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання. Збірник наукових праць. –К.: Комп'ютер в школі та сім'ї. – 2002, Вип. 5 – С. 3-11.
14. Жалдак М.І., Михалін Г.О. Ріманові комплексні числа та їх застосування до уточнення понять степеня, експоненти, логарифма // Математика в школі. – 2005, №7. – С. 43-50.
15. Жалдак М.І., Михалін Г.О., Деканов С.Я. Одне узагальнене поняття границі функції та деякі його застосування // Науковий часопис НПУ ім. М.П. Драгоманова, Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання. Зб. Наукових праць. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2007. – Вип. 5 (12). – С. 3-9.
16. Жалдак М.І., Михалін Г.О., Стогній О.В. Кількість точок, довжина, площа, об'єм – міри множин // Математика в школі. – 2009, №5. – С. 3-8.
17. Жалдак М.І., Михалін Г.О. Математичні дослідження і навчання математики майбутніх вчителів // Збірник наукових праць за матеріалами науково-методичної конференції «Проблеми

фізико-математичної і технічної освіти і науки в Україні в контексті євроінтеграції». – Київ, 2007. – С. 267-276.

18. Жалдак М.І., Михалін Г.О., Деканов С.Я. Математичний аналіз. Інтегральне числення функцій багатьох змінних. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2007. – 430 с.

19. Жалдак М.І., Михалін Г.О., Деканов С.Я. Навчання майбутніх учителів математики інтегрального числення функцій однієї змінної з використанням комп'ютерних засобів математики // Науковий часопис НПУ ім. М.П. Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно-орієтовані методичні системи навчання. Зб. Наукових праць. – К.: НПУ ім.М.П. Драгоманова, 2011. – Вип. 10(17). – С. 3-25.

20. Жалдак М.І., Михалін Г.О. Елементарні факти теорії множин у шкільному курсі математики // Математика в школі. 2011. №3. – С. 12-23.

21. Жалдак М.І., Михалін Г.О., Деканов С.Я. Математичний аналіз. Інтегральне числення функцій однієї змінної з елементами інформаційних технологій. К.: Шкільний світ, 2012. – 128 с.

22. Рид К. Гильберт. – М.: Наука. 1977. – 368 с.

23. Жалдак М.І., Михалін Г.О. Елементи стохастики з комп'ютерною підтримкою. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова. 2000. – 70 с.

24. Жалдак М.І., Михалін Г.О. Елементи стохастики. Посібник для вчителів. – К.: Шкільний світ. 2008. – 124с.

25. Жалдак М.І., Михалін Г.О. Елементи стохастики. Збірник задач і вправ. Посібник для вчителів у двох частинах. – К.: Шкільний світ. 2008. – Ч.1, 124 с. – Ч.2, 64 с.

26. Жалдак М.І.,Кузьміна Н.М., Михалін Г.О. Теорія ймовірності і математична статистика. Підручник для студентів фізико математичних спеціальностей педагогічних університетів. – Полтава: «Довкілля – К». 2009. – 500 с.

27. Жалдак М.І.,Кузьміна Н.М., Михалін Г.О. Збірник задач і вправ з теорії ймовірностей і математичної статистики. – Полтава: «Довкілля – К». 2010. – 724 с.

28-33. Жалдак М.І., Михалін Г.О. Елементи стохастики у шкільному курсі математики // Математика в школі, 2000. – №1. С. 5-9, – №2. С. 3-7, – №3. С. 8-11, – №4. – С. 10-14, №6. С. 12-19, – 2001. – №1. С. 30-33.

34. Жалдак М.І., Михалін Г.О. Деякі властивості ймовірнісних моделей стохастичних експериментів // Комп'ютерно-орієтовані методичні системи навчання. Зб. Наукових праць. – К.: Комп'ютер в школі та сім'ї. – 2001, Вип. 3, – С. 49-68.

35. Жалдак М.І., Михалін Г.О. Про поняття випадкової події, ймовірності, ймовірнісного простору випадкової величини // Математика в школі. – 2002, №2.-С. 18-23.

36. Жалдак М.І., Михалін Г.О.Про вивчення елементів стохастики в школі // Математика в школі. – 2004. №9-10. – С. 7-12.

37-44. Жалдак М.І., Михалін Г.О. Соколовська І.С. Методика навчання елементів стохастики учнів старшої школи. Метеріали до проведення уроків. Урок 1-8 // Математика в школі. – 2007. – №6. С. 26-31, №7. С. 17-22, №9-10. С. 9-14, №1. С. 6-10, №5. С. 3-7, №6. – С. 9-12, №7-8. – С. 23-28.

45. Жалдак М.І., Михалін Г.О. Про коректність введення понять «випадкова подія», «ймовірність», «випадкова величина» у шкільному курсі математики // Науковий часопис НПУ ім. М.П. Драгоманова, Серія №2. Комп'ютерно-орієтовані методичні системи навчання. Зб. Наукових праць. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова. – 2008. Вип.6(13). – С. 3-12.

46. Жалдак М.І., Михалін Г.О., Біляй Ю.П. Теорія і практика створення та використання дистанційного курсу теорії ймовірностей і математичної статистики // Науковий часопис НПУ ім. М.П. Драгоманова, Серія №2. Комп'ютерно-орієтовані методичні системи навчання. Зб. Наукових праць. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова. – 2009. Вип.7(14). – С. 11-23.

47. Жалдак М.І., Михалін Г.О., Стогній О.В. Про зв'язок основних понять шкільних курсів стахастики та геометрії // Науковий часопис НПУ ім. М.П. Драгоманова, Серія №2. Комп'ютерно-орієтовані методичні системи навчання. Зб. Наукових праць. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, – 2009, Вип.7(14). – С. 24-31.

48. Жалдак М.І., Михалін Г.О., Біляй І.М. Про зв'язок ймовірнісних моделей з деякими іншими моделями реального світу // Науковий часопис НПУ ім. М.П. Драгоманова, Серія №2. Комп'ютерно-орієтовані методичні системи навчання. Зб. Наукових праць. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова. – 2011. Вип.10(17). – С. 25-39.

49. Жалдак М.І., Михалін Г.О., Біляй І.М. Закон великих чисел для статистичних ймовірностей і задання ймовірності за Мізесом // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики. Збірник наукових праць. – Вип. X, Том 1. – Кривий Ріг, Видавничий відділ НМетАУ. 2012. – С. 77-93.

50. Жалдак М.І., Михалін Г.О., Біляй І.М. Використання міжпредметних зв'язків та аналогій у процесі навчання теорії ймовірностей майбутніх учителів математики // Науковий часопис НПУ

ім. М.П. Драгоманова, Серія №2. Комп'ютерно-орієтовані методичні системи навчання. Зб. Наукових праць. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова. – 2012. Вип. 12(19). – С. 3-15.

51. Жалдак М.І. Комп'ютер на уроках математики. – К.: Техніка. 1997. – 303 с.

52. Михалін Г.О Явище у книжковому світі навчально методичної літератури (про посібник М.І. Жалдака «Комп'ютер на уроках математики») // Математика в школі. – 1998. №1. – С. 52-53.

Рамський Ю.С.
НПУ імені М.П. Драгоманова

Жалдак Мирослав Іванович – вчений, педагог, організатор науки і освіти

15 серпня 2012 року виповнилося 75 років від дня народження та 50 років науково-педагогічної діяльності видатного вченого, педагога, організатора науки й освіти, доктора педагогічних наук, професора, академіка НАПН України, заслуженого діяча науки і техніки України, заслуженого професора НПУ імені М.П. Драгоманова Жалдака Мирослава Івановича.

У 1959 році М.І Жалдак, закінчив Київський державний університет ім. Т.Г. Шевченка (одержав кваліфікацію «математик-обчислювач»).

З 1962 р. Мирослав Іванович працює у Київському державному педагогічному інституті імені О.М.Горького (нині Національний педагогічний університет імені М.П.Драгоманова), де пройшов шлях від аспіранта, асистента до професора, академіка НАПН України.

У 1965 р. захистив дисертацію на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук «Про задачі лінійного і квадратичного програмування з неперервними обмеженнями», у 1990 р. – дисертацію на здобуття наукового ступеня доктора педагогічних наук «Система підготовки вчителя до використання інформаційної технології в навчальному процесі» (теорія і методика навчання інформатики) Мирослав Іванович перший в Україні доктор наук за цією спеціальністю і другий у колишньому СРСР.

Ювілей Мирослав Іванович зустрів вагомим творчим доробком, зокрема, опубліковано біля 300 наукових і науково-методичних праць, з них біля 50 книг (підручники для студентів та учнів, посібники для студентів та вчителів, навчальні програми). Отримано важливі результати в кількох напрямах (ряд проблем сформульовано вперше), зокрема математичне програмування і наближення функцій, підготовка вчителя до використання інформаційних технологій, комп'ютерно-орієнтовані системи навчання (термін запропоновано Мирославом Івановичем вперше) природничих дисциплін у середніх та вищих педагогічних навчальних закладах, формування системи компетентностей вчителя, розробка програмних засобів навчального призначення.

Визнання і широкого поширення в Україні (у загальноосвітніх школах і вищих педагогічних навчальних закладах) набули програмно-методичні комплекси (у складі програмних засобів сім'ї GRAN та відповідних навчальних посібників) для підтримки навчання математики, розроблені під керівництвом та за безпосередньою участю Мирослава Івановича. Як виявилось, ці засоби можна ефективно використовувати для підтримки навчання й інших предметів, зокрема фізики, інформатики, хімії, біології. ПМК GRAN зручно й доцільно використовувати в навчальному процесі для побудови і дослідження комп'ютерних моделей задач, вони широко відомі також в Росії, Білорусії, Польщі.

Результати досліджень Мирослава Івановича і його учнів дали змогу розробляти сучасні методичні системи навчання інформатики в школах і вищих педагогічних навчальних закладах (зокрема, вперше ще у 1988 р. в колишньому СРСР запропоновано користувацький ухил, якого і зараз дотримуються в процесі навчання інформатики в більшості країн), теорії ймовірностей і математичної статистики (в педагогічних університетах) , стохастики (в школах) та створити низку підручників і навчальних посібників для студентів, вчителів, учнів.

У Мирослава Івановича потужна наукова школа «Проблеми інформатизації навчального процесу в школі та вищому педагогічному закладі». Він підготував 31 кандидатів наук і дванадцять докторів наук.

Поряд з науковою, науково-педагогічною діяльністю Мирослав Іванович проводить значну науково організаційну роботу. Він є головою спеціалізованої Вченої ради Д26.053.03 із захисту докторських і кандидатських дисертацій за спеціальністю 13.00.02 - теорія і методика навчання (математики, інформатики); науковий керівник Всеукраїнського науково-методичного семінару з проблем інформатизації навчального процесу, відповідальний редактор фахового збірника наукових праць "Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання", який видається за результатами роботи семінару, голова редколегій журналів "Комп'ютер в школі та сім'ї", "Математика в школі", член редакційної ради газети "Інформатика", голова методичної комісії з інформатики при Науково-методичній раді Міністерства освіти і науки, молоді та спорту України.