УДК 514.115

Зеленяк О. П.
НВК “Олександрійський колегіум – спеціалізована школа”

Обчислювальний експеримент і гіпотеза – складові системи комп’ютерно-орієнтованої методичної системи навчання

Анотація. У статті розглянуті окремі технології навчання геометрії із застосуванням середовища GeoGebra учнів профільних класів та класів з поглибленим навчанням математики. Наголошено на актуальності створення системи комп’ютерно-орієнтованого навчання математики.

Ключові слова. Комп’ютерно-орієнтовані технології; середовище динамічної геометрії; моделювання; обчислювальний експеримент; гіпотеза.

Постановка проблеми. Інформатизація освіти, спрямована на подальше підвищення рівнів знань учнів, розширення і поглиблення системи знань учнів за рахунок застосування комп’ютерно-орієнтованих технологій навчання. В програмах з математики для шкіл протягом тривалого часу наводиться перелік тем, під час навчання яких їх доцільно використовувати такі технології навчання і наголошується: «Підготовка у класах з поглибленим вивченням математики повинна бути багатосторонньо спрямована: на обов’язкове засвоєння учнями конкретних знань з курсу математики (теоретичний аспект), на формування вмінь застосування їх в прикладному аспекті (моделювання реальних процесів, застосування до розв’язування прикладних задач), на побудову зв’язків математичного апарату і відповідних комп’ютерних технологій».

Більше десяти років тому в багатьох статтях уже стверджувалося, що інформатизація загальноосвітніх навчальних закладів в Україні вступила в якісно новий етап. Які зміни, на наш погляд, дійсно відбулися? Ідеї та елементи окремих технологій комп’ютерної підтримки навчального процесу стихійно проникли в методичні системи навчання математики. Але змушені констатувати, що консерватизм і традиції фундаментальності в освіті – стійкіші [1]. Навчальний процес, ніби принципово не змінюється, залишається «безмашинним». Зменшена до неприйнятного мінімуму кількість годин на вивчення математики, відсутність комп’ютерів на уроках, антиматематизація (антифундаменталізація) шкільного курсу інформатики посилюють проблему.

Технологічна складова ІКТ – важливий аспект проблеми. Каталізуючи процеси науково-технічного і суспільного розвитку будучи основою конкурентної спроможності економіки, вона домінує. Позаду залишились калькулятори, бурхлива процесорна революція, локальні мережі. Сьогодні маємо глобальні мережі, цифрове відео, електронні засоби і ресурси навчання, інституційні репозитарії, інтелектуальні сервіси з «оркестрами» алгоритмів [2], інтелект-карти, хмаро орієнтовані навчальні середовища, стрімкий розвиток мобільних пристроїв, аутсорсери, мережні віртуальні майданчики мережних хмарних ІКТ-інфраструктур, робастні інтелектуальні системи [3]. Тому підвищена увага до технологічної складової зрозуміла: завжди сучасно, цікаво і перспективно для дисертаційного дослідження.

Але сьогодні ця складова критичним чином вже не впливає на застосування комп’ютера на уроках математики! Отже, можна констатувати, що сучасний стан розв’язання вказаної проблеми є неприйнятним.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Технології використання середовищ динамічної геометрії розглядали в своїх роботах Є. Ф. Вінниченко, Ю. В. Горошко, В. П. Горох, Л. В. Грамбовська, М. Г. Друшляк, М. І. Жалдак, Т. Г. Крамаренко, І. Г. Ленчук, С. А. Раков, В. М. Ракута, О. В. Семеніхіна, А. Ц. Франовський, Ж. Дахан (Франція), В. Н. Дубровський (Росія), Х. Шуманн (Німеччина) та інші.

Аналіз глобальних тенденцій взаємної адаптації людини й інформаційно-комунікативних технологій у цифровому світі, особливості цієї адаптації у сфері освіти наведений у роботі [3].

Аналіз сучасного етапу інформатизації суспільства й освіти з позицій системного підходу досліджено у роботі [4]. «Експоненційне зростання знань і пов’язані з цим радикальні технологічні зміни інакше ставлять традиційні проблеми здобування знань, опанування знаннями в професійному середовищі й освіті наступних поколінь. Принциповим компонентом здійснюваних змін є ІКТ» [4, 1].

Проблеми інформатизації навчального процесу розглянуто в роботі [5]. «Значною перешкодою для широкого впровадження й ефективного використання засобів ІКТ у навчальному процесі … є майже повна відсутність відповідного комп’ютерно-орієнтованого навчально-методичного забезпечення, що стримує інформатизацію навчального процесу і значно знижує ефективність використання ІКТ» [5, 11].

«Недоцільно зменшувати години для навчання математики (як це часто робиться під лозунгом гуманітаризації освіти), послаблювати математичну підготовку учнів шкіл та студентів ВНЗ, а слід би більше розкривати в процесі навчання математики її величезний гуманітарний потенціал. Досягти цього можна, зокрема, за умов широкого застосування в навчальному процесі засобів ІКТ, реалізації міжпредметних зв’язків математики й інших предметів» [6].

Особливості навчальної діяльності в комп'ютерно-орієнтованому навчальному середовищі, його вплив на психічні якості людини та її «особистісний простір», можливі супутні педагогічні ризики розглянуті у роботах [7; 8].

«Аналіз літератури показує поширення дисертаційно-декларативних висловлень про те, що використання засобів ІКТ в освіті "поліпшує", "забезпечує підвищення", "надає можливість" і т. ін. Це пояснюється превалюванням у дослідженнях позитивних результатів використання ІКТ у навчальному процесі, короткостроковістю досліджень і впливом сформованості в широких колах освітян "позитивістського" підходу до трактування результатів впровадження ІКТ, що досягають сьогодні міфологічного рівня … Число публікацій, у яких доводиться, що "комп'ютери забезпечують індивідуалізацію навчання", а застосування навчальних програм дає тільки позитивні результати, перевищує всі розумні межі» [7, 4]. Цілком погоджуючись з цією суттєвою критичною думкою, принагідно зауважимо, що нам невідомі, наприклад, тривалі експерименти з проблеми застосування комп'ютера на уроках стереометрії. Про спробу організувати подібні практичні дослідження можна написати окрему статтю. Чому цим не займаються педагогічні вузи, інститути Національної академії педагогічних наук України?

Критерії зовнішньої і внутрішньої якості інформаційно-комунікаційних технологій навчання, підходи щодо оцінювання показників для з'ясування ступеня проявлення критеріїв обґрунтовано у роботі [8].

Інструменти середовища GeoGebra 5.0, які використовуються для розв'язування задач стереометрії, проаналізовано в публікації [9].

Доцільність використання програм динамічної математики, як засобів комп'ютерної візуалізації математичних знань, обґрунтовується у статті [10].

Проблема вивчення перетворень геометричних фігур у планіметрії актуалізується в роботі [11].

У результаті аналізу теоретичних джерел і значного практичного досвіду констатуємо, що створення комп'ютерно-орієнтованих методичних систем навчання математики і проведення системних досліджень з вивченням супутніх педагогічних ризиків на часі. Негайного вирішення потребують питання підготовки вчителів, фундаменталізації курсу інформатики, збільшення кількості годин на навчання математики.

Мета написання статті. Висвітлення окремих технологій застосування інтегрованого комп'ютерного середовища GeoGebra на уроках геометрії в класах з поглибленим і профільним навчанням предмета.

Подання основного матеріалу. І. Від геометричної задачі – до екстремальної. Розглянемо навчальну геометричну задачу [13, 17], дослідження якої дозволить сформулювати нову екстремальну задачу.

Задача. На прямій, яка проходить через центр *O* кола радіуса 12, відкладено точки *A* і *B* так, що *OA* = 15, *AB* = 5. З точок *A* і *B* проведено дотичні до кола, точки дотику яких лежать в одній півплощині відносно даної прямої. Обчислити площу трикутника *ABC*, де *C* – точка перетину цих дотичних.

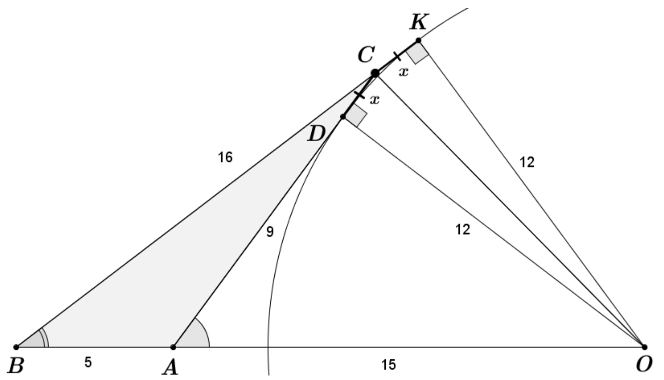

Рис.1

Розв'язування. Очевидно, що за числовими даними визначається єдиний варіант розміщення точок *A* і *B* на даній прямій (Рис. 1).

Нехай *K* і *D* – точки дотику. $OK = OD = 12$, $\angle OKB = \angle ODA = 90^\circ$.

Трикутники *OKB* і *ODA* подібні єгипетському з коефіцієнтами 4 і 3 відповідно. Звідси $AD = 9$, $BK = 16$. Основна властивість конфігурації – рівність відрізків дотичних *CD* і *CK*.

Позначимо $CD = CK = x$, $AC = 9 + x$, $BC = 16 - x$.

З метою дослідження задачі розглянемо різні способи її розв'язування.

1 спосіб (теорема косинусів). $\sin \angle B = 12/20 = 3/5$; $\cos \angle B = 16/20 = 4/5$.

За теоремою косинусів: $(9 + x)^2 = 5^2 + (16 - x)^2 - 2 \cdot 5 \cdot (16 - x) \cdot 4/5$,

$$81 + 18x = 25 + 256 - 32x - 128 + 8x,\ x = 12/7.\ BC = 16 - 12/7 = 100/7.$$

$$S_{ABC} = ½ \cdot BA \cdot BC \cdot \sin B = ½ \cdot 100/7 \cdot 5 \cdot 3/5 = 150/7.$$

2 спосіб (теорема синусів). $\sin\angle B = 3/5$, $\sin\angle DAB = \sin\angle DAO = 4/5$.

За теоремою синусів: $(9 + x) : 3/5 = (16 – x) : 4/5$, $4 (9 + x) = 3 (16 – x)$, $x = 12/7$.

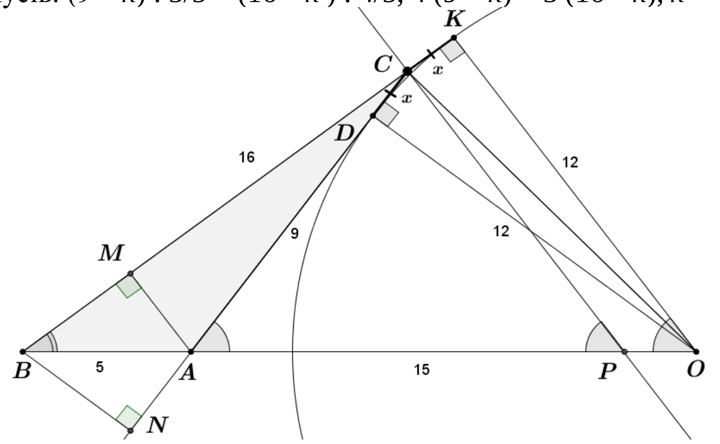

Рис. 2

3 спосіб (допоміжна побудова, подібність і метод площ).

Проведемо висоти AM і BN трикутника ABC. Утворені трикутники ABM і ABN – єгипетські. Дійсно, пари трикутників ABM, OBK і ABN, AOD – подібні.

$$AB = 5,\ AM = 3,\ BN = 4.$$

Маємо: $½ (9 + x) \cdot 4 = ½ (16 – x) \cdot 3$, $4 (9 + x) = 3 (16 – x)$, $x = 12/7$.

4 спосіб (допоміжна побудова, подібність). Нехай $CP \perp BK$.

Тоді $CP \parallel KO$ і $\triangle PCB \sim \triangle OKB$. $\angle P = \angle O = \angle A$. Отже, $AC = CP$.

У $\triangle BCP$ $BC = 4k$, $CP = 3k$, $k > 0$.

Отримуємо $4 (9 + x) = 3 (16 – x)$, Звідси $x = 12/7$.

5 спосіб (метод площ). За відомою властивістю площі трикутників ABC і ACO, із спільною висотою відносяться як їх основи AB і AO, тобто як 1 : 3 (5 : 15). Тому якщо $S_{ABC} = S$, то $S_{ACO} = 3S$.

За адитивністю площі: $S_{ABC} + S_{ACO} + S_{COK} = S_{OBK}$.

Оскільки $S_{OBK} = 96$, $S_{AOD} = 54$, то $S + 3S + (3S – 54) = 96$, $S = 150/7$.

Екстремальна задача. На прямій, яка проходить через центр O кола радіуса 12, відкладено точки A і B так, що $OB = 20$, $A \in BP$, де P – точка перетину кола з даним променем. З точок A і B проведено дотичні до кола, точки дотику яких лежать в одній півплощині відносно даної прямої. Обчислити найбільше значення площі трикутника ABC, де C – точка перетину цих дотичних.

Таке формулювання перетворює статичну задачу в динамічну: внутрішня точка A відрізка BP стає незалежною, а за її положенням на вказаному відрізку визначається площа трикутника ABC.

Якщо точки A і B збігаються, то $S = 0$; якщо збігаються точки A, P і T, то площа утвореного прямокутного трикутника очевидно менша за площу тупокутного трикутника ABC, зображеного на малюнку нижче.

ІІ. Моделювання конфігурації. Точну динамічну модель створимо в середовищі GeoGebra.

Міжнародний проект з відкритим кодом GeoGebra – вільний продукт з україномовним інтерфейсом та потужними функціональними характеристиками (поєднуються динамічна геометрія, алгебра, математичний аналіз, статистика; математичні об’єкти можуть бути подано графічно, алгебраїчно, таблично і динамічно пов’язані між собою; інтегрований у систему дистанційного навчання Moodle; доступний з мобільного пристрою; постійно оновлюється і вдосконалюється: додано модуль 3D графіки і нещодавно з’явився новий інструмент – режим іспиту [12, 41]) – ефективний засіб візуалізації математичних знань, чудовий вибір для широкого опанування і впровадження.

Основні налаштування: *Округлення / 15 десяткових розрядів*. *Додатково / Одиниця вимірювання кута / Радіан*. *Точки B, O, C / Властивості / Закріпити об’єкт*.

Упевнившись, що найбільше значення площі трикутника ABC існує, сповільнюючи анімацію незалежної точки A (*Точка A / Властивості / Алгебра / Швидкість*), максимально точно знайдемо його: $S \approx 27{,}02392392545396$ (*).

Відповідні величини кутів ($\angle KOC = \angle DOC = \alpha$, $\angle AOD = \beta$) суть:

$$\alpha \approx 17{,}71003411738229°,\ \beta \approx 17{,}71003411939138° \approx 0,\ 309098406023914 \text{ рад.}$$

ІІІ. Висунення гіпотези. Помічаємо, що величини кутів α і β, отримані в результаті високоточного моделювання конфігурації в екстремальній задачі, збігаються з точністю 10^{-8}.

Отже, ***виникає гіпотеза про трисекцію кута***: площа трикутника ABC набуває свого найбільшого значення тоді, коли промені OC і OD (Рис. 3) є трисектрисами кута KOB, тобто поділяють цей кут на три рівні частини.

IV. Дослідження гіпотези, обчислювальні експерименти

1) Припустимо, що OD і OC – трисектриси кута O.

Якщо $\angle KOC = \angle DOC = \angle AOD = \alpha$, то $\angle O = 3\alpha = \operatorname{arctg} 4/3$.

Звідси $\alpha = \frac{1}{3}\operatorname{arctg}\frac{4}{3}$.

$$\alpha \approx 0{,}309098406000537 \text{ рад.}, \alpha \approx 17{,}710034118051993°.$$

Обчислимо площу *статичного* трикутника *ABC за* різними способами й порівняємо результати.

а) Скористаємось формулою $S_{ABC} = ½\ CA \cdot CB \cdot \sin 2\alpha$.

З прямокутного трикутника *COK*: $CK = CD = DA = 12 \operatorname{tg}\alpha$.

$$S_{ABC} = ½ \cdot 24 \operatorname{tg}\alpha\ (16 - 12 \operatorname{tg}\alpha) \sin 2\alpha = 96 \sin^2\alpha\ (4 - 3\operatorname{tg}\alpha).$$

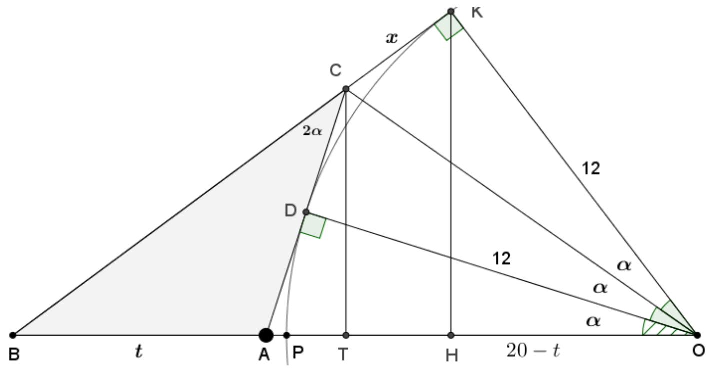

Рис. 3

Коли $\alpha = \frac{1}{3}\operatorname{arctg}\frac{4}{3}$, отримаємо: $S \approx 27{,}023923925453964$ (1).

Обчислене значення (1) і отримане під час моделювання значення (*) збігаються з точністю 10^{-15}.

б) Скористаємось формулою $S_{ABC} = ½\ AB \cdot CT$.

$CO = \dfrac{12}{\cos\alpha} = AO$, $AB = 20 - \dfrac{12}{\cos\alpha}$, $CT = CO \sin 2\alpha = \dfrac{12}{\cos\alpha} 2 \sin\alpha \cos\alpha = 24 \sin\alpha$.

$S_{ABC} = \dfrac{1}{2} AB \cdot CT = \dfrac{1}{2} \cdot 4\left(5 - \dfrac{3}{\cos\alpha}\right) \cdot 24 \sin\alpha = 48 \sin\alpha \left(5 - \dfrac{3}{\cos\alpha}\right)$.

За того ж значення α маємо: $S \approx 27{,}02392392545396$ (2).

Значення (2) і (*) збігаються з максимально допустимою у GeoGebra точністю – 15 десяткових розрядів.

Отже, в а) і б) обчислену площу за формулами, як значення різних функцій від аргумента α.

в) За тієї ж умови, що *OD* і *OC* – трисектриси перейдемо до оберненої задачі: обчислимо кути за екстремального значення площі.

Застосуємо алгоритм п’ятого способу розв’язування задачі, щоб створити нову функцію $S(t)$ для обчислення площі трикутника *ABC*.

Нехай $AB = t$ (Рис. 3). Тоді $AO = 20 - t$, $AD = \sqrt{(20-t)^2 - 144} = CD = CK$.

$S_{COK} = S_{COD} = ½ \cdot 12 \cdot \sqrt{(20-t)^2 - 144} = 6\sqrt{(20-t)^2 - 144}$. $S_{ABC} : S_{ACO} = t : (20 - t)$.

Маємо: $S + \dfrac{20-t}{t} S + \left(\dfrac{20-t}{t} S - 6\sqrt{(20-t)^2 - 144}\right) = 96$.

$$S = \frac{6t}{40-t}\left(16 + \sqrt{(20-t)^2 - 144}\right),\ t \in (0; 8).$$

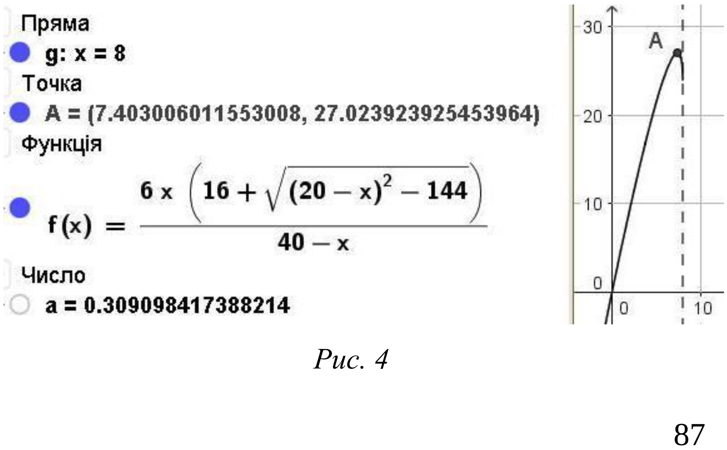

Рис. 4

Звернемось до графічного калькулятора GeoGebra: *Список команд / Функції та обчислення / Екстремум [f, 0, 8] / Вставити.*

Ордината точки максимуму *A* (Рис. 4), шукане значення площі, збігається з (*) і (2).

Кут обчислимо у рядку введення:

$$\arccos\frac{12}{20 - x(A)} \approx 0{,}309098417388214 \text{ рад.}$$

Це значення з точністю до 10^{-8} збігається з наближеним значенням числа

$$\frac{1}{3}\operatorname{arctg}\frac{4}{3}\ (\approx 0{,}309098406000537).$$

Таким чином, за умови, що *OD* і *OC* – трисектриси кута *O* всі обчислені значення площі збігаються з максимально допустимою точністю.

Зрозуміло, що спільне наближене значення 27,02392392545396 необхідно порівняти тепер з екстремальним значенням площі трикутника за умови, що лише *OC* – бісектриса кута *KOD*.

2) <u>Припустимо, що трисекції кута *O* немає.</u>

У цьому випадку $\angle KOC = \angle DOC \neq \angle AOD$, трикутник *ABC* – *динамічний* і його площа є функцією певного аргумента.

а) Нехай аргумент *x* – змінна величина кута *AOD*.

Тоді $\angle O = 2\alpha + x$, $2\alpha = \operatorname{arctg} 4/3 - x$, $\alpha = \frac{1}{2}\left(\operatorname{arctg}\frac{4}{3} - x\right)$.

$AO = \dfrac{12}{\cos x}$, $AB = 20 - \dfrac{12}{\cos x}$. $CT = CO\sin(x+\alpha) = \dfrac{12}{\cos\alpha}\sin(x+\alpha)$, де $CT \perp AB$.

$$S_{ABC} = S(x) = \frac{1}{2}AB\cdot CT = 24\left(5 - \frac{3}{\cos x}\right)\frac{\sin(0{,}5(\operatorname{arctg}4/3 + x))}{\cos(0{,}5(\operatorname{arctg}4/3 - x))}.$$

Очевидно, що засобами математичного аналізу досліджувати цю функцію технічно складно. До того ж, майже напевне будуть , отримані наближені відповіді. Тому знову звернемось до команд GeoGebra для пошуку найбільшого значення цієї функції на проміжку (0; arctg(4/3)) (ордината точки *B* на графіку *g*(*x*)).

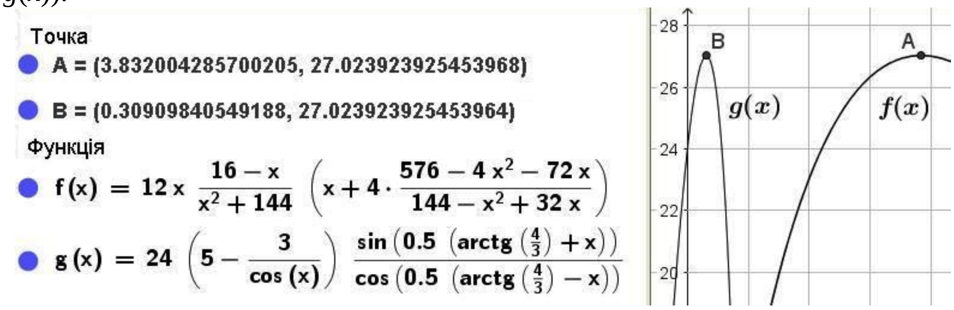

Рис. 5

Результати обчислювального експерименту: $S \approx 27{,}023923925453964$,

$x \approx 0{,}30909840549188$ рад., $x \approx 17{,}71003408890807°$,

$\alpha \approx 0{,}30909840625487$ рад., $\alpha \approx 17{,}71003413262395°$.

Величини *x* і α збігаються з точністю 10^{-8}.

Порівняємо також величини cos 3*x* і cos 3α ($\cos\angle O = 3/5 = 0{,}6$).

Коли $x \approx 0{,}30909840549188$ тоді $\cos 3x \approx 0{,}600000001220778$.

Коли $\alpha \approx 0{,}30909840625487$ тоді $\cos 3\alpha \approx 0{,}599999999389602$.

б) Нехай $CD = CK = x$, тобто аргумент функції – довжина відрізка.

Тоді $BC = 16 - x$, $AC = x + z$, де $AD = z$.

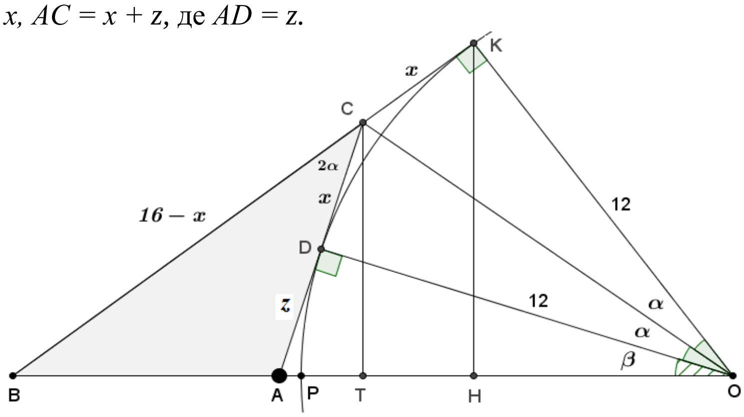

Рис. 6

Позначимо рівні кути *KOC* і *COD* через α, кут *DOA* через β і проведемо висоту *KH* трикутника *ABC*. З трикутників *COD*, *AOD* і *KOH*: tg α = *x*/12, tg β = *z*/12. tg (2α + β) = 4/3.

Звідси $\operatorname{tg}\beta = \dfrac{4 - 3\operatorname{tg}2\alpha}{3 + 4\operatorname{tg}2\alpha}$.

Оскільки tg 2α = $\frac{2\mathrm{tg}\alpha}{1-\mathrm{tg}^2\alpha} = \frac{24x}{144-x^2}$, то tg β = $\frac{576-4x^2-72x}{432-3x^2+96x} = \frac{z}{12}$.

$$CA = x + z = x + \frac{12(576-4x^2-72x)}{432-3x^2+96x}.$$

$$S_{ABC} = ½\ CA \cdot CB \sin 2\alpha.\ \sin 2\alpha = \frac{2\mathrm{tg}\alpha}{1+\mathrm{tg}^2\alpha} = \frac{x}{6\left(1+x^2/144\right)} = \frac{24x}{144+x^2}.$$

Маємо: $S(x) = \frac{12x\cdot(16-x)}{144+x^2}\left(x+\frac{4(576-4x^2-72x)}{144-x^2+32x}\right),\ x \in (0;\ 16).$

Результат цього обчислювального експерименту:

$S \approx 27{,}023923925453968$ (ордината точки A на графіку $f(x)$, Рис. 5).

Таким чином, всі екстремальні значення площі трикутника *ABC,* отримані в серії обчислювальних експериментів, збігаються з високою точністю.

Але залишаються питання:

1. Чи доводять обчислювальні експерименти істинність гіпотези?
2. Чи можна твердження цієї гіпотези довести математично строго?

Висновки. Тривала педагогічна практика підтверджує високу ефективність застосування комп’ютерно-орієнтованих середовищ навчання математики та їх значний гуманітарний потенціал. Для молодших школярів вони можуть сприяти побудові якісно нових, електронних пропедевтичних курсів геометрії, для старших – інтеграції знань, пошуку й удосконаленню способів розв’язування задач, дослідженню та створенню задач прикладного характеру з проведенням обчислювальних експериментів і висуненням гіпотез.

Список використаних джерел

1. Зеленяк О. П. Інтегровані уроки з математики та інформатики у класах з поглибленим їх навчанням // Комп’ютер у школі та сім’ї. – 2006. – №4. – С.16-18. – №5. – С.12-15.
2. Зеленяк О. П. Математичні характеристики веб-сервісу Wolfram Alpha // Математика в школах України. – Харків: ВГ Основа, 2012. – №22(358). – С.23-28.
3. Буров О. Ю. Технології та інновації в діяльності людини ери інформації: людина та ІКТ / О.Ю. Буров // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2015. – Вип. 6 (50). – С. 1-13. – Режим доступу: http://journal.iitta.gov.ua
4. Биков В. Ю. ІКТ-аутсорсінг і нові функції ІКТ-підрозділів навчальних закладів і наукових установ // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2012. – №4 (30). Режим доступу до журналу: http://journal.iitta.gov.ua
5. Жалдак М. І. Проблеми інформатизації навчального процесу в середніх і вищих навчальних закладах // Комп’ютер у школі та сім’ї. – 2013. – №3. – С.8-15.
6. Рамський Ю. С., Рамська К. І. Про роль математики і деякі тенденції розвитку математичної освіти в інформаційному суспільстві // Математика в школі. – 2007. – № 7. – С. 36-40.
7. Жук Ю. О. Діалектика педагогічного знання в умовах комп’ютерно орієнтованого процесу навчання // Комп’ютер у школі та сім’ї. – 2011. – №4. – С.3-6.
8. Спірін О. М. Критерії і показники якості інформаційно-комунікаційних технологій навчання // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2013. – №1 (33). Режим доступу до журналу: http://journal.iitta.gov.ua
9. Семеніхіна О. В. Інструментарій програми GeoGebra 5.0 та його вико-ристання під час розв’язування задач стереометрії / О. В. Семеніхіна, М. Г. Друш-ляк // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2014. – Т.44. – № 6. – С. 124-133. Режим доступу до журналу: http://journal.iitta.gov.ua
10. Семеніхіна О. В., Друшляк М. Г. Обґрунтування доцільності викорис-тання програм динамічної математики як засобів комп’ютерної візуалізації математичних об’єктів // Фізико-математична освіта. Науковий журнал. – 2015. – Випуск 3 (6). – С. 67-75.
11. Ленчук І. Г. Комп’ютерне моделювання задач планіметрії: метод інверсії / І. Г. Ленчук, А. Ц. Франовський // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2016. – Т. 56, випуск 6. – С. 88-106. – Режим доступу: http://journal.iitta.gov.ua
12. Гриб’юк О. О. Проектно-дослідницька діяльність в процесі навчання математики з використанням вільнопоширюваних програмних засобів / Гриб’юк О. О., Юнчик В. Л. // FOSS Lviv 2016, 19–22 квітня 2016 року. – Львів, 2016. –С. 40-44.
13. Шарыгин И. Ф. Задачи по геометрии (Планиметрия). – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1986. – 224 с. – (Б-чка “Квант”. Вып. 17.).
14. Зеленяк О. П. Компьютерное моделирование в геометрии // Информа-тика и образование. – М.: ИНФО, 2007. – №5. – С.40-50. – №6. – С.114-119. – №7. – С.47-55.

15. Зеленяк О. П. Динамічна геометрична конфігурація // Математика в сучасній школі. – К.: – 2012. – №9. – С. 22-28.
16. Зеленяк О. П. Розв'язування стереометричних задач: плюс моделювання // Математика в школах України. – Харків: ВГ Основа, 2012. – №34 (370). – С. 10-23.
17. Зеленяк О. П. Технологія застосування середовищ динамічної геометрії // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2013. – №4. Режим доступу до журналу: http://journal.iitta.gov.ua
18. Зеленяк О. П. Технологія створення екстремальних задач у динамічних просторових конфігураціях // Математика в сучасній школі. – К.: – 2014. – №2. – С. 34-37.
19. Зеленяк О. П. От функциональных зависимостей – к экстремальным задачам // Математика в школе. – М.: Школа-Пресс, 2014. – №4. – С. 28-33.
20. Зеленяк О. П. Серии экстремальных задач в симметрических конфигу-рациях // Математика. 1 сентября. – М.: 2015. – №4. – С. 40-46.
21. Зеленяк О. П. Застосування СКА середовища GeoGebra в процесі розв'язування геометричних задач // Математика в рідній школі. – К.: – 2016. – №1. – С. 26-32.

Вычислительный эксперимент и гипотеза – составляющие системы компьютерно-ориентированного обучения

Зеленяк О.П.

Аннотация. В статье рассмотрены отдельные технологии обучения геометрии с применением среды GeoGebra учащихся в классах с углубленным и профильным обучением математики. Отмечена актуальность создания компьютерно-ориентированной методической системы обучения математике.

Ключевые слова. Компьютерно-ориентированные технологии; среда динамической геометрии; моделирование; вычислительный эксперимент; гипотеза.

Computing experiment and hypothesis – components of computer-oriented training systems

Zeleniak O. P.

Resume. In the article, separate technologies of teaching geometry with the use of the GeoGebra environment for students in advanced and profile classes are considered. The urgency of creating a computer-oriented learning system for mathematics is noted.

Keywords. Computer-oriented technologies; environment of dynamic geometry; modeling; computing experiment; hypothesis.

УДК 37.016:51]:37.091.313

Гриб'юк О. О.
Інститут інформаційних технологій і засобів навчання Національної академії педагогічних наук України

Проектно-дослідницька діяльність в процесі навчання математики учнів загальноосвітнього навчального закладу

Анотація: Аналізується проектно-дослідницька діяльність в процесі навчання математики учнів з використанням окремих компонентів комп'ютерно орієнтованого середовища навчання, забезпечується концентрація навчальних ресурсів, багатогранність індивідуальних траєкторій розвитку особистості учнів та результатів формування необхідних міжпредметних та метапредметних компетентностей; доступність та рівність можливостей учнів в навчанні; поліфункціональність взаємодії суб'єктів навчального процесу; орієнтацію змісту, форм та технологій підготовки учнів на інтеграцію освітню, наукову, дослідницьку, виробничу в умовах навчально-виховного процесу. розглядаються шляхи побудови варіативних моделей навчання з метою підвищення ефективності навчання учнів.

Ключові слова: варіативні моделі, моделювання, комп'ютерно орієнтоване середовище навчання, проектування, проектно-дослідницька діяльність, математика.

У зв'язку зі змінами освітньої парадигми пріоритетна роль у підвищенні ефективності функціонування сучасного навчального закладу належить учителю, який змушений оновлювати зміст навчання, підходи та педагогічний менталітет у відповідності до нових життєвих тенденцій.

Виокремлюються основні напрямками розвитку методики навчання математики в контексті модернізації та стандартизації системи освіти [3]:

– Формування та розвиток ключових компетентностей учня в навчально-виховному процесі;
– Прикладна спрямованість уроку як засобу формування та розвитку у учня відповідного способу мислення, необхідного для соціалізації та повноцінного його функціонування в суспільстві;
– Діяльнісний підхід у навчанні, осучаснення методів і організаційних форм навчання математики для забезпечення ефективності навчально-виховного процесу;
– Сучасне науково-методичне забезпечення навчання математики;
– Проектно-дослідницькі методи навчання як основа педагогіки співробітництва учасників навчально-виховного процесу;
– Педагогічно виважене використання інформаційно-комунікаційних технологій для