[12] Shakot′ko V.V. (2018) Methodical system of formation of informal competences of future teachers of computer science: PhD thesis in Pedagogy (specialty 13.00.02). Kyiv. 2018. [in Ukrainian].

Ramsky Yu.S., Strutynska O.V., Umryk M.A.

MODERNIZATION OF THE LEARNING CONTENT OF THE FUTURE COMPUTER SCIENCE TEACHERS WHILE INFORMATION SOCIETY DEVELOPMENT

Abstract. This study is considered of the issues of learning content modernizing of the future computer science teachers. An important condition for updating educational programs for the preparation of future computer science teachers is the rapid pace of information and communication technologies development, the emergence of new interdisciplinary trends, the emergence of new professions associated with the active use of the new technologies in production and updating in the structure and content of computer science course at school during recent years. The rapid development of applied industries requires the training of appropriate qualified specialists. This training need to updating the learning content of school and higher education in accordance with today's requirements. Thus, the development of content and methodological systems for teaching new disciplines from the variable blocs contributes to the training of teachers capable of working in the formation of the information society.

The purpose of this study is to describe the areas of modernization of the content of professional training of future teachers of computer science in accordance with the new requirements of society. The paper is proposed the directions of modernization of the learning content of the future computer science teachers taking into account modern achievements of science, technology, information and communication technologies and updating of the computer science course at school.

Modernization of the content of education in the process of professional training of future teachers of computer science and its coordination with the latest achievements of modern science and information and communication technologies will improve the process of training highly qualified teachers. This process will also contribute to the formation of students' significant personal professional qualities of the future teacher and researcher and ensure their continuous development, professional and personal self-improvement.

Keywords: modernization of pedagogical education, learning content, future computer science teachers.

DOI 10.31392/NPU-nc.series 2.2020.22(29).03
УДК 378.091.31-059.1:519.85

Наталія Миколаївна Кузьміна[1], Анатолій Володимирович Кузьмін[2]
[1]кандидат фізико-математичних наук, доцент,
професор кафедри теоретичних основ інформатики
Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова,
ORCID ID 0000-0003-0136-1441,
n.m.kuzmina@npu.edu.ua
[2]кандидат фізико-математичних наук, доцент
Київський національний університет імені Тараса Шевченка
ORCID ID 0000-0001-5439-6387,
kuzmin_a_b@ukr.net

ЗМІСТ КУРСУ І МЕТОДИКА ПРОВЕДЕННЯ ІНДИВІДУАЛЬНОЇ РОБОТИ З МАТЕМАТИЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ У ПЕДАГОГІЧНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ

Анотація. У статті наведено зміст і методику навчання курсу математичного програмування студентів інформатичних спеціальностей педагогічних університетів. Розглядаються особливості організації індивідуальної роботи студентів, які навчаються за дуальною системою, з використанням елементів «перевернутого» навчання за допомогою електронних навчальних курсів.

Предметом вивчення навчальної дисципліни «Математичне програмування» є основні відомості про задачі математичного програмування, класичні методи оптимізації функцій однієї та багатьох змінних, огляд основних постановок, методів дослідження і розв’язування задач лінійного, нелінійного, цілочислового, дискретного, стохастичного, опуклого, динамічного програмування, а також сучасні інформаційні системи і технології, які використовуються під час дослідження та розв’язування конкретних прикладних задач математичного програмування.

Даний курс розрахований на студентів-магістрів 2-го року навчання інформатичних спеціальностей, які опанували базові математичні та інформатичні курси.

Для студентів, які навчаються за дуальною системою і працюють в закладах середньої освіти, запроваджують навчання відповідних дисциплін за індивідуальними планами (графіками).

Ефективним засобом організації індивідуальної роботи студентів під час навчання математичного програмування є розробка, реалізація і захист студентами індивідуальних або групових проектів стосовно розв'язування конкретних оптимізаційних задач.

Іншим ефективним засобом організації індивідуальної роботи студентів є застосування цифрових технологій, зокрема технології «перевернутого» навчання (flipped learning), за допомогою різних електронних навчальних курсів.

У статті наведено приклади виконання завдань індивідуального проекту «Постановки, дослідження, розв'язування і аналіз задач нелінійного програмування» в середовищі системи комп'ютерної математики Maple.

Ключові слова: математичне програмування**,** індивідуальний проект, перевернуте навчання, система комп'ютерної математики Maple.

Вступ. Не секрет, що нині студенти педагогічних спеціальностей, починаючи з останнього курсу бакалаврату, не кажучи про магістрантів, починають працювати вчителями в закладах середньої освіти. Цьому сприяє також недостатня кількість вчителів у школах України, особливо гостро ця проблема стоїть перед вчителями математики, фізики та інформатики. Тому головною метою впровадження в педагогічному університеті дуальної системи навчання є створення умов і можливостей для найбільш підготовлених і мотивованих студентів гармонійно та ефективно поєднувати теоретичну підготовку в університеті з практичною реалізацію знань у школі.

Для студентів, які навчаються за дуальною системою і працюють в закладах середньої освіти, запроваджують навчання відповідних дисциплін за індивідуальними планами та графіками.

У даній роботі розглядаються особливості організації індивідуальної роботи студентів, які навчаються за дуальною системою, під час навчання математичного програмування з використанням елементів «перевернутого» навчання за допомогою електронних навчальних курсів. Наведено також зміст і методику навчання курсу математичного програмування студентів інформатичних спеціальностей педагогічних університетів. Методика навчання з використанням сучасних інноваційних форм є на сьогодні актуальною науково-практичною задачею.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дослідженню стану, перспектив розвитку та використання сучасних інноваційних форм навчання в освітньому процесі з використанням інформаційних технологій присвячені роботи М.І. Жалдака, В.Ю. Бикова, Н.М. Морзе, Ю.В. Триуса, А.М. Гуржія, Спіріна О.М та багатьох інших науковців.

Сьогодні у закладах вищої освіти спостерігається поступовий, але неухильний перехід процесу навчання від передачі знань студентам до управління їх навчально-пізнавальною діяльністю, формування вмінь і навичок їх самостійної та індивідуальної роботи. Педагоги-дослідники С.І. Архангельський, В.К. Буряк, Б.Г. Іоганзен, С.І. Зіновьєв, П.І. Підкасистий та інші займаються проблемами організації самостійної роботи студентів.

Одним із ефективних засобів організації індивідуальної роботи студентів є застосування цифрових технологій, зокрема технології «перевернутого» навчання (flipped learning), за допомогою різних електронних навчальних курсів.

«Перевернуте» навчання – принцип навчання, за яким основне засвоєння нового матеріалу студентами відбувається поза аудиторією, а під час аудиторної роботи студенти виконують і захищають лабораторні і практичні дослідження, індивідуальні і групові проекти, консультуються з викладачем тощо. Авторами концепції перевернутого навчання є викладачі Бергманн і Самс.

Мета написання статті: відобразити зміст і методику навчання математичного програмування саме студентів педагогічних університетів інформатичних спеціальностей, які навчаються за дуальною системою і працюють у закладах середньої освіти, а також продемонструвати на конкретних прикладах використання нових підходів у навчальному процесі із застосуванням сучасних інформаційних технологій, зокрема систем комп'ютерної математики.

Подання основного матеріалу дослідження. Предметом вивчення навчальної дисципліни «Математичне програмування» є основні відомості про задачі математичного програмування, класичні методи оптимізації функцій однієї та багатьох змінних, огляд основних постановок, методів дослідження і розв'язування задач лінійного, нелінійного, цілочислового, дискретного, стохастичного, опуклого, динамічного програмування, а також сучасні інформаційні системи і технології, які використовуються при дослідженні та розв'язуванні конкретних прикладних задач математичного програмування.

Даний курс розрахований на студентів, які опанували базові математичні та інформатичні курси і засвоїли дисципліни «Математичний аналіз», «Теорія ймовірностей та математична статистика», «Математична логіка і теорія алгоритмів», «Інформаційно-комунікаційні технології», «Програмування», «Комп'ютерне моделювання», «Чисельні методи», «Основи теорії і методів оптимізації».

Метою навчання дисципліни «Математичне програмування» є оволодіння студентами основними теоретичними положеннями, класичними методами дослідження, аналізу і розв'язування задач математичного програмування, набуття практичних умінь та навичок доцільного, ефективного і педагогічно виваженого використання сучасних інформаційних систем і технологій під час розв'язування оптимізаційних задач в різних галузях науки і техніки.

Завданнями навчання дисципліни є:

- ознайомити студентів з основними аспектами математичного програмування;
- сформувати у студентів знання, навички та вміння робити постановки, формалізувати задачі математичного програмування, будувати їх математичні моделі, класифікувати, аналізувати та досліджувати;
- сформувати у студентів знання, навички та вміння розв'язувати задачі математичного програмування; застосовувати аналітичні та наближені методи оптимізації до розв'язування конкретних задач з використанням інформаційних технологій, систем комп'ютерної математики і спеціалізованих програмних середовищ;
- виявляти переваги та недоліки різних методів розв'язування задач математичного програмування;
- розширити знання студентів щодо використання інформаційних технологій під час дослідження і розв'язування задач математичного програмування;
- сформувати у студентів вміння проводити всебічний аналіз отриманих результатів.

Дисципліна «Математичне програмування» за навчальним планом підготовки магістрів 2-го року навчання інформатичних спеціальностей, зі спеціалізацією математика, належить до варіативної (за вибором студента) частини циклу їх професійної та практичної підготовки.

Під час навчання даного курсу важливо приділити увагу узагальненню пройденого матеріалу, його практичній значущості, втіленню міжпредметних зв'язків між математичними та інформатичними дисциплінами, оскільки, набуваючи освітній рівень «магістра», студентам необхідно переосмислювати, розвивати і використовувати набуті раніше знання і навички як в теоретичному аспекті, так і в практичному їх застосуванні. У змістову складову курсу «Математичного програмування» для студентів педагогічних університетів з одного боку інтегровано теми, що вивчають студенти спеціальностей «математика», «прикладна математика», «інформатика» у профільних закладах вищої освіти, а з іншого боку враховано специфіку педагогічного закладу, де навчають майбутніх вчителів, викладачів інформатики та математики. Разом з тим слід враховувати, що навчання даного курсу закладає не тільки основи для підготовки кваліфікованих магістрів інформатики, а й основи методики навчання математики з використанням сучасних інформаційних технологій.

До змістової складової навчальної дисципліни відносяться такі теми.

Тема 1. Основні поняття математичного програмування; постановки і класифікація задач математичного програмування.

Тема 2. Постановки і методи розв'язування прямих і двоїстих задач лінійного програмування.

Тема 3. Постановки і методи розв'язування задач нелінійного програмування.

Тема 4. Постановки і методи розв'язування задач цілочислового і дискретного програмування.

Тема 5. Постановки і методи розв'язування задач стохастичного програмування.

Тема 6. Постановки і методи розв'язування задач опуклого програмування.

Тема 7. Постановки і методи розв'язування задач динамічного програмування.

Під час навчання кожної теми розглядаються основні поняття відповідних класів задач математичного програмування, їх постановки, формалізація і побудова математичних моделей, досліджуються і аналізуються умови оптимальності – необхідні і достатні умови існування екстремуму функцій однієї і багатьох змінних, розв'язуються різні типи задач за допомогою класичних аналітичних, а також чисельних методів оптимізації, проводиться всебічний аналіз оптимальних розв'язків. Разом з тим велика увага приділяється доцільному використанню систем комп'ютерної математики і спеціалізованих програмних середовиш для аналізу, дослідження і розв'язування задач математичного програмування.

Головною метою впровадження в педагогічному університеті дуальної системи навчання є створення умов і можливостей для самих підготовлених і мотивованих студентів гармонійно та ефективно поєднувати теоретичну підготовку в університеті з практичною реалізацію знань у школі. Головні переваги дуальної системи навчання в педагогічній галузі полягають в тому, що студенти після навчання не залишаються безробітними, а школи забезпечені кваліфікованими вчителямипредметниками, зокрема інформатиками та математиками.

Для студентів, які навчаються за дуальною системою і працюють у закладах середньої освіти, запроваджують навчання відповідних дисциплін за індивідуальними планами та графіками.

Ефективним засобом організації індивідуальної роботи студентів під час навчання математичного програмування є розробка, реалізація і захист студентами індивідуальних або групових проектів стосовно розв'язування конкретних оптимізаційних задач, в яких слід передбачити:

- ✓ добір змістової складової задачі з певної галузі знань;
- ✓ формалізацію задачі, побудову і дослідження її математичної моделі;
- ✓ добір ефективних методів розв'язування задач;
- ✓ розробку ефективного алгоритму розв'язування задач;
- ✓ добір доцільних, ефективних, педагогічно-виважених інформаційних технологій до розв'язування задач;
- ✓ знаходження розв'язків задач за допомогою різних програмних середовищ і засобів (наприклад, засобів MS Excel, систем комп'ютерної математики, таких як Maple, Maxima,Wolfram Mathematica, тощо);
- ✓ порівняння і аналіз отриманих результатів;
- ✓ використання сучасних інформаційних технологій навчання, зокрема WEB 2.0, під час підготовки і захисту проектів.

На жаль треба зазначити, що зацікавленість сучасних молодих людей у класичному теоретичному навчанні математичних дисциплін значно знизилась: більшість студентів не прагнуть самостійно опановувати складні математичні результати і використовують, у разі потреби, довідкові Інтернет-ресурси або максимально спрощені методичні розробки. Тому для виконання відповідного навчального плану і опанування студентами базових теоретичних знань, необхідно використовувати нові підходи у навчальному процесі із застосуванням сучасних інформаційних технологій, зокрема систем комп'ютерної математики не тільки з метою виконання практичних завдань, а й під час опанування основних теоретичних математичних положень, уникаючи разом з тим некоректних спрощень.

Іншим ефективним засобом організації індивідуальної роботи студентів є застосування цифрових технологій, зокрема технології «перевернутого» навчання (flipped learning), за допомогою різних електронних навчальних курсів. Використання технології «перевернутого» навчання в освітньому процесі надає можливість здійснити перехід від навчання, спрямованого на опанування теоретичних матеріалів в аудиторії, коли викладач є основним джерелом знань, до практично-орієнтованого навчання студентів, їх активного залучення до освітнього процесу. Це сприяє також самостійному навчанню студентів, у зручний час та в зручному місці, що є ціллю використання технологій дистанційного навчання та електронних навчальних курсів.

Автори концепції перевернутого навчання Бергманн і Самс [2] записували відеолекції та надавали їх відеоролики в Інтернеті. Переглядаючи відео-матеріали, студенти могли отримати базові знання ще до початку аудиторних занять. Звичайно, що спосіб самонавчання перед заняттям не обмежується лише переглядом відео-матеріалів – це можуть бути тексти, презентації лекцій, тестові завдання для контролю і самоконтролю рівня засвоєних знань, завдання лабораторних робіт, завдання індивідуальних проектів та будь-які інші навчальні матеріали, підготовлені та розміщені викладачем, наприклад в системі дистанційного навчання MOODLE.

Наведемо приклад завдань індивідуального проекту «Постановки, дослідження, розв'язування і аналіз задач нелінійного програмування» під час навчання математичного програмування студентів-магістрів інформатичних спеціальностей зі спеціалізацією математика.

Завдання 1. Формалізувати, побудувати математичні моделі, розв'язати старовинні екстремальні задачі (Евкліда, Тартальї, Кеплера, Штейнера, Герона, Аполонія) [1] як задачі нелінійного програмування.

Завдання 2. Розв'язати обрані задачі нелінійного програмування за методом множників Лагранжа.

Завдання 3. Розв'язати обрані задачі нелінійного програмування класичним методом знаходження екстремумів функцій однієї змінної.

Завдання 4. Розв'язати обрані задачі нелінійного програмування класичним методом знаходження екстремумів функцій багатьох змінних.

Завдання 5. Розв'язати обрані задачі нелінійного програмування за допомогою генетичного алгоритму.

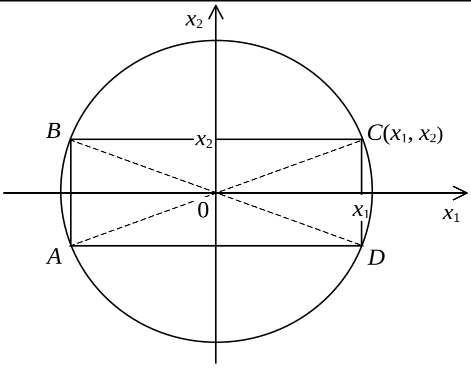
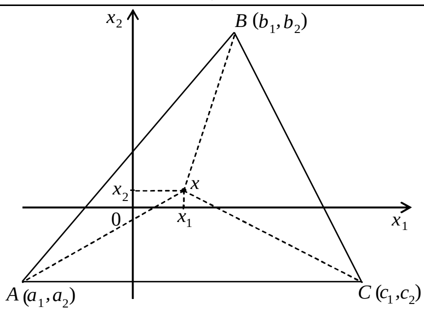
Завдання 5. Порівняти, співставити і проаналізувати отримані результати.

Вказівки. У проведенні всебічного аналізу отриманих результатів передбачити також:

– варіантні види аналізу (параметричний, багатокритеріальний, за умовних вихідних даних, структурний);
– отримати розв’язок за замовленням;
– проаналізувати подолання несумісності для відповідних задач;
– проаналізувати подолання необмеженості цільової функції для відповідних задач;
– зберегти сценарії відповідних розв’язків задач і оформити звіти.

Наведемо приклади виконання деяких елементів подібних завдань у середовищі системи комп’ютерної математики Maple [3] для старовинних екстремальних задач Кеплера (планіметричний варіант) і Штейнера, поданих у таблиці 1, як приклади задач умовної і безумовної оптимізації відповідно.

Таблиця 1

	Постановка задачі	Геометричне унаочнення	Математична модель
Задача Кеплера	У задане коло радіуса r вписати прямокутник найбільшої площі		Двовимірна модель: $f(x_1,x_2)=4x_1x_2\to\max$ $f_1(x_1,x_2)=x_1^2+x_2^2-r^2=0$ Одновимірна модель: $f(x)=4x\sqrt{r^2-x^2}\to\max, 0\le x\le r$
Задача Штейнера	У площині трикутника знайти точку, сума відстаней від якої до вершин трикутника мінімальна		$f(x)=\lvert x-A\rvert+\lvert x-B\rvert+\lvert x-C\rvert\to\min$, $x\in R^2$ де $\lvert x-A\rvert,\lvert x-B\rvert,\lvert x-C\rvert$ – відповідно відстані від шуканої точки $x\in R^2$ до відомих вершин трикутника *ABC*.

Аналітичним розв’язком задачі Кеплера є квадрат. Переконаємось в цьому, виконуючи наведені вище завдання для заданого радіуса кола r =2.5.

На рисунку 1 наведено чисельний розв’язок задачі Кеплера за допомогою функції *extrema()*.

Задача Кеплера(планіметрична)

$r := 2.5;$

$$2.5$$

$extrema\left(4\cdot x1\cdot x2,\ \{x1^2+x2^2-r^2=0\},\ \{x1,x2\},'s1'\right);$

$$\{-12.50000000, 12.50000000\}$$

$s1;$

$$\{\{x1=-1.767766953, x2=-1.767766953\}, \{x1=-1.767766953, x2=1.767766953\}, \{x1=1.767766953, x2=-1.767766953\}, \{x1=1.767766953, x2=1.767766953\}\}$$

Рис. 1

Відповідь: У колі радіуса r =2.5 вписаний прямокутник найбільшої площі, яка дорівнює 12.5, є квадратом зі стороною 2*1.76.

На рис .2 наведено розв’язок задачі Кеплера за допомогою пакета *Optimization*:

Задача Кеплера (планіметрична)

$with(Optimization);$

$[ImportMPS, Interactive, LPSolve, LSSolve, Maximize, Minimize, NLPSolve, QPSolve]$

$NLPSolve\left(4\cdot x1\cdot x2, \left\{x1^2 + x2^2 = 6.25\right\}, assume = nonnegative, maximize\right);$

$[12.5000000000000018, [x1 = 1.76776695296637, x2 = 1.76776695296637]]$

Рис. 2

Результати співпадають з вищенаведеними.

Аналітичним розв'язком задачі Штейнера є так звана *точка Торрічеллі* (за ім'ям одного з авторів розв'язку), тобто точка, з якої всі сторони трикутника видно під кутом 120 градусів. Якщо в трикутнику є кут, який не менше 120 градусів, то точка Торрічеллі є вершиною цього кута.

На рисунку 3 наведено чисельний розв'язок задачі Штейнера за допомогою функції *minimize()*.

Задача Штейнера

$a1 := -3.; a2 := -2.; b1 := 3.; b2 := 5.; c1 := 6.; c2 := -2.;$

$-3.$

$f := (x1, x2) \to \mathrm{sqrt}\left((x1 - a1)^2 + (x2 - a2)^2\right) + \mathrm{sqrt}\left((x1 - b1)^2 + (x2 - \mathrm{b2})^2\right) + \mathrm{sqrt}\left((x1 - c1)^2 + (x2 - c2)^2\right);$

$(x1, x2) \to \sqrt{(x1 - a1)^2 + (x2 - a2)^2} + \sqrt{(x1 - b1)^2 + (x2 - b2)^2} + \sqrt{(x1 - c1)^2 + (x2 - c2)^2}$

$f(0, 0);$

15.76105849

$minimize(f(x1, x2), x1, x2, location);$

$14.87007737, \{[\{x1 = 2.542963252, x2 = 0.4923292395\}, 14.87007737]\}$

Рис. 3

Відповідь: У площині заданого трикутника знайдена точка (2.54;0.49), сума відстаней від якої до вершин трикутника є мінімальною і дорівнює 14.87 з точністю до похибок округлень.

Існує цілий ряд методів розв'язування задач умовної оптимізації.

У багатьох програмних пакетах оптимізації реалізовано *метод множників Лагранжа*, головна ідея якого полягає у перетворенні задачі умовної оптимізації в задачу безумовної оптимізації шляхом побудови функції Лагранжа:

$$L(\chi_j, \lambda_i) = f(\chi_j) - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i V_i(\chi_j) \to \max, i = 1, m; \ j = 1, n$$

де λ_i – множники Лагранжа; $f(\chi_j)$ – цільова функція, $V_i(\chi_j)$-обмеження-рівності в задачі умовної оптимізації.

Далі проілюструємо застосування методу множників Лагранжа на прикладі розв'язування задачі Кеплера і порівняємо результати.

Задача Кеплера (метод Лагранжа)

restart;

$r := 2.5;$ $\quad 2.5$

$L := 4\cdot x1\cdot x2 + lamda\cdot\left(x1^2 + x2^2 - r^2\right);$

$4\, x1\, x2 + lamda\left(x1^2 + x2^2 - 6.25\right)$

$eq1 := (diff(L, x1)) = 0;$

$4\, x2 + 2\, lamda\, x1 = 0$

$eq2 := (diff(L, x2)) = 0;$

$4\, x1 + 2\, lamda\, x2 = 0$

$eq3 := (diff(L, lamda)) = 0;$

$x1^2 + x2^2 - 6.25 = 0$

$sist := (solve(\{eq1, eq2, eq3\}, \{x1, x2, lamda\}));$

$\{lamda = 2., x1 = -1.767766953, x2 = 1.767766953\}, \{lamda = 2., x1 = 1.767766953, x2 = -1.767766953\},$
$\{lamda = -2., x1 = 1.767766953, x2 = 1.767766953\}, \{lamda = -2., x1 = -1.767766953, x2 = -1.767766953\}$

Рис. 4

Запишемо функцію Лагранжа:

$$L(x_1, x_2, \lambda_1) = 4x_1x_2 - \lambda_1(x_1^2 + x_2^2 - r^2) \to \max$$

Візьмемо частинні похідні від функції Лагранжа за її змінними за допомогою функції *diff*(), отримаємо систему 3-х нелінійних рівнянь і розв'яжемо її за допомогою функції *solve*() (рис. 4).

З отриманих розв'язків обираємо той, що задовольняє умови $x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$: $lamda = 2,\ x_1$=0.707*2.5≈1.76, x_2=0.707*2.5≈1.76

Результати співпадають з вищенаведеними (див.рис 1, 2) з урахуванням похибок обчислень.

На рисунку 5 наведено *Звіт щодо стійкості*, отриманий за допомогою MS Excel, згідно якого множник Лагранжа для даної задачі дорівнює 1,99999, що співпадає з результатами, наведеними вище (див. рис. 4).

E15 | 1,99999836470395

	A	B	C	D	E
1	Microsoft Excel 14.0 Звіт щодо стійкості				
2	Лист: [СтаровЕкстремЗадачі.xlsx]Задача Кеплера				
3	Звіт: 07.11.2019				
4					
5					
6					
7				Остаточне	Приведен.
8		Комірка	Ім'я	Значення	Градієнт
9		A4	X1	1,767767351	0
10		B4	X2	1,767767351	0
11					
12	Ограничения				
13				Остаточне	Лагранжа
14		Комірка	Ім'я	Значення	Множник
15		C8	F1(x1,x2)=	2,81454E-06	1,999998365

Рис. 5

Далі продемонструємо знаходження розв'язків задач нелінійного програмування класичними методоми знаходження екстремумів функцій однієї і багатьох змінних, які грунтуються на диференціальному численні.

Для знаходження розв'язку задачі Кеплера, формалізація якої звелася до знаходження максимуму функції однієї змінної (див. табл.1) скористаємось загальним правилом відшукання розв'язків одновимірних задач оптимізації: знайдемо всі стаціонарні точки функції $f(x)$, тобто корені рівняння $f'(x) = 0$ – необхідні умови екстремуму функції; а далі за допомогою достатніх умов екстремуму в термінах значень похідної другого порядку в стаціонарних точках визначимо, які зі стаціонарних точок є точками локального мінімуму або максимуму (рис. 6).

Задача Кеплера (класичний метод знаходження екстремумів функцій однієї змінної)

Задача Кеплера планіметрична

$r1 := 2.5;$

$$2.5$$

$f1 := x \to 4 \cdot x \cdot \mathrm{sqrt}(r1^2 - x^2);$

$eq1 := diff(f1(x), x) = 0;$

$$x \to 4\,x\sqrt{r1^2 - x^2} \qquad 4\sqrt{6.25 - x^2} - \frac{4\,x^2}{\sqrt{6.25 - x^2}} = 0$$

$r2 := solve(eq1, x);$

$$-1.767766953,\ 1.767766953$$

$f22 := diff(f1(x), x\$2);$

$$-\frac{12\,x}{\sqrt{6.25 - x^2}} - \frac{4\,x^3}{(6.25 - x^2)^{3/2}}$$

$eval(f22, x = 1.767766953);$

$$-16.00000000$$

Рис. 6

Оскільки $f''(1.767766) = -16 < 0$, то у даній точці цільова функція досягає строгого максимуму. Результати співпадають з вищенаведеними розв'язками даної задачі (див рис. 1,2).

На рисунку 7 наведено розв'язування задачі Штейнера класичним методом знаходження екстремумів функцій багатьох змінних (у розглядуваному випадку – двох змінних).

Задача Штейнера (класичний метод знаходження екстремума функцій двох змінних

```
> restart;
> a1 := -3.; a2 := -2.; b1 := 3.; b2 := 5.; c1 := 6.; c2 := -2.;
```

$$a1 := -3. \quad a2 := -2. \quad b1 := 3. \quad b2 := 5. \quad c1 := 6. \quad c2 := -2.$$

```
> f1 := sqrt((a1 - x1)^2 + (a2 - x2)^2) + sqrt((b1 - x1)^2 + (b2 - x2)^2) + sqrt((c1 - x1)^2 + (c2 - x2)^2);
```

$$\sqrt{(-3.-x1)^2+(-2.-x2)^2}+\sqrt{(3.-x1)^2+(5.-x2)^2}+\sqrt{(6.-x1)^2+(-2.-x2)^2}$$

```
eq1 := (diff(f1, x1)) = 0;
```

$$\frac{1}{2}\frac{6.+2x1}{\sqrt{(-3.-x1)^2+(-2.-x2)^2}}+\frac{1}{2}\frac{-6.+2x1}{\sqrt{(3.-x1)^2+(5.-x2)^2}}+\frac{1}{2}\frac{-12.+2x1}{\sqrt{(6.-x1)^2+(-2.-x2)^2}}=0$$

```
eq2 := (diff(f1, x2)) = 0;
```

$$\frac{1}{2}\frac{4.+2x2}{\sqrt{(-3.-x1)^2+(-2.-x2)^2}}+\frac{1}{2}\frac{-10.+2x2}{\sqrt{(3.-x1)^2+(5.-x2)^2}}+\frac{1}{2}\frac{4.+2x2}{\sqrt{(6.-x1)^2+(-2.-x2)^2}}=0$$

```
r1 := (fsolve({eq1, eq2}, {x1, x2}));
```

$$\{x1 = 2.542963252, x2 = 0.4923292395\}$$

```
eq11 := (diff(f1, x1, x1))
```

$$-\frac{1}{4}\frac{(6.+2x1)^2}{((-3.-x1)^2+(-2.-x2)^2)^{3/2}}+\frac{1}{\sqrt{(-3.-x1)^2+(-2.-x2)^2}}-\frac{1}{4}\frac{(-6.+2x1)^2}{((3.-x1)^2+(5.-x2)^2)^{3/2}}$$
$$+\frac{1}{\sqrt{(3.-x1)^2+(5.-x2)^2}}-\frac{1}{4}\frac{(-12.+2x1)^2}{((6.-x1)^2+(-2.-x2)^2)^{3/2}}+\frac{1}{\sqrt{(6.-x1)^2+(-2.-x2)^2}}$$

```
eq22 := (diff(f1, x2, x2));
```

$$-\frac{1}{4}\frac{(4.+2x2)^2}{((-3.-x1)^2+(-2.-x2)^2)^{3/2}}+\frac{1}{\sqrt{(-3.-x1)^2+(-2.-x2)^2}}-\frac{1}{4}\frac{(-10.+2x2)^2}{((3.-x1)^2+(5.-x2)^2)^{3/2}}$$
$$+\frac{1}{\sqrt{(3.-x1)^2+(5.-x2)^2}}-\frac{1}{4}\frac{(4.+2x2)^2}{((6.-x1)^2+(-2.-x2)^2)^{3/2}}+\frac{1}{\sqrt{(6.-x1)^2+(-2.-x2)^2}}$$

```
eq12 := (diff(f1, x1, x2))
```

$$-\frac{1}{4}\frac{(6.+2x1)(4.+2x2)}{((-3.-x1)^2+(-2.-x2)^2)^{3/2}}-\frac{1}{4}\frac{(-6.+2x1)(-10.+2x2)}{((3.-x1)^2+(5.-x2)^2)^{3/2}}-\frac{1}{4}\frac{(-12.+2x1)(4.+2x2)}{((6.-x1)^2+(-2.-x2)^2)^{3/2}}$$

```
eval(eq11·eq22 - (eq12)^2, r1);
```

0.09503511653

```
eval(eq11, r1);
```

0.3263865669

```
eval(f1, r1);
```

14.87007737

Рис. 7

У ході розв’язування було з’ясовано, що стаціонарною точкою для даної функції є лише точка $x^{(0)}=(2.549632;0.492392)$ – згідно необхідних умов існування екстремуму функції двох змінних.

Далі було визначено, чи є ця точка екстремальною. Для цього було знайдено частинні похідні другого порядку:

$$a_{11}=\frac{\partial^2 f(x^{(0)})}{\partial x_1^2},\ a_{12}=\frac{\partial^2 f(x^{(0)})}{\partial x_1 \partial x_2},\ a_{21}=\frac{\partial^2 f(x^{(0)})}{\partial x_2 \partial x_1},\ a_{22}=\frac{\partial^2 f(x^{(0)})}{\partial x_2^2}$$

та значення виразу $\delta_2=a_{11}a_{22}-a_{12}^2$ в стаціонарній точці.

Оскільки $\delta_2=a_{11}a_{22}-a_{12}^2$ = 0.095035>0, то згідно достатніх умов існування екстремуму функцій двох змінних точка $x^{(0)}=(2.549632;0.492392)$ є точкою екстремуму, а оскільки a_{11}=0.326386>0, то в цій точці досягається локальний мінімум, який дорівнює 14.870077. Оскільки для заданої функції у просторі R^2 інших точок, підозрілих на екстремум, немає, то точка $x^{(0)}=(2.549632;0.492392)$ є і точкою глобального мінімуму функції $f(x_1,x_2)$ у просторі R^2.

Результати співпадають з вищенаведеними (див. рис. 3).

На завершення наведемо фрагмент розв’язку задачі Кеплера за допомогою генетичного алгоритму, детально описаного у роботі [4] (рис. 8).

Результати є прийнятними у порівнянні з вищенаведеними (див. рис.1, 2).

```
> for i1 from 1 to Iter do
  Best(GDEC,'JMAX', N) :
  ADAPT(adaptability0, N) : num :

  adaptmax[i1] := max(adaptability0) :
  Adaptsr[i1] := sum(adaptability0['ii'],'ii'= 1 ..N) / N :
  NewGeneration(num, GDEC, N) :
  Parents(N) : flist : mlist :
  ACodBinary(XMIN, XMAX, GDECNews, 0.00000001, N, M) : Gbin :
  Crossover1(mlist, flist, Gbin, N) : Gcros :
  Mutation(Gcros, 0.008) : Gmut : smut :
  ACodDecimal(XMIN, XMAX, Gmut, 0.00000001, N, M) : Gdec :
  for i2 from 1 to N do
   Gdec[i2, M + 1] := Func(Gdec[i2, 1], Gdec[i2, 2], Gdec[i2, 3]) :
   end do:
  Worst(Gdec,'JMIN', N) :
   Gdec[JMIN, 1 ..M + 1] := GDEC[JMAX, 1 ..M + 1] :
   adaptability0 := [seq(Gdec[i, M + 1], i = 1 ..RowDimension(Gdec))] :
   GDEC := Gdec :
   end do:
> Best(GDEC,'JMAX', N); Rez := GDEC[JMAX, 1 ..M + 1];
                                   Rez := [1.734352093  1.800842285  12.49215800]
```

Рис. 8

Висновки. Розглянуті у статті методичні аспекти організації індивідуальної роботи студентів під час навчання математичного програмування з комп'ютерною підтримкою сприяють розвитку їхніх творчих здібностей, математичних та інформатичних вмінь та навичок, які вони використовують у своїй професійній діяльності.

Список використаних джерел

[1] Жалдак М.І., Триус Ю.В. Основи теорії і методів оптимізації: Навчальний посібник. Черкаси, 2005. 608 с.

[2] Bergmann, J., & Sams, A. Flip your classroom: Reach every student in every class every day. OR: International Society for Technology in Education. 2012.

[3] Кузьмін А.В., Кузьміна Н.М., Телейко А.Б. Символьні та наближені обчислення в системі MAPLE. Частина 2. Навчальний посібник: Київ, 2008. 126 с.

[4] Кузьміна Н.М., Кузьмін А.В. Навчання еволюційних алгоритмів студентів інформатичних спеціальностей. *Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія № 2 Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання*. Київ: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2019. №21(28), с.17-25.

References

[1] Zhaldak M.I., Tryus Yu.V. (2005) Fundamentals of the theory and methods of optimization: Textbook. Cherkasy, 608 p. (in Ukrainian).

[2] Bergmann, J., & Sams, A. (2012) Flip your classroom: Reach every student in every class every day. OR: International Society for Technology in Education. (in English).

[3] Kuzmin A.V., Kuz"mina N.M., Telejko A.B. (2008) Symbolic and approximate calculations in the MAPLE system. Part 2. Textbook. Kyiv, 126 p. (in Ukrainian).

[4] Kuzmina N.M., Kuz"min A.V. (2019) Teaching evolutionary algorithms to students of computer science specialties. Scientific journal of NPU named after M.P. Dragomanova. Series № 2 Computer-based learning systems. Kyiv: NPU named after M.P. Dragomanova, **21(28)**, p. 17-25. (in Ukrainian).

Kuzmina N., Kuzmin A.

CONTENT OF THE COURSE AND METHODOLOGY OF INDIVIDUAL WORK ON MATHEMATICAL PROGRAMMING IN PEDAGOGICAL UNIVERSITY

Abstract. The article describes the content and methodology of teaching mathematical programming to students of IT specialties of pedagogical universities. The peculiarities of organizing the individual work of students who study according to the dual system by using the elements of "flipped" learning through e-learning courses are considered.

The subject of studying the course "Mathematical Programming" is the basic information about the problems of mathematical programming, classical methods of optimization of functions of one and many variables, review of the basic formulations, methods of researching and solving problems of linear, nonlinear, integer, discrete, stochastic as well as modern information systems and technologies that are used in researching and solving specific applications of mathematical programming.

This course is designed for master students of the 2nd year of studying in informatics specialities who have mastered basic mathematical and informatics courses.

Students studying according to the dual system and working in institutions of secondary education will learn respective disciplines according to individual plans (schedules).

To effectively organize the individual work of students within mathematical programming course students should develop, implement, and protect their individual or group projects to solve specific optimization problems.

Another effective way of organizing students' individual work is through the use of digital technologies, including flipped learning, and through various e-learning courses.

The article provides examples of implementating the tasks of the individual project "Setting, researching, solving and analysing nonlinear programming problems" in the Maple computer mathematics system environment.

Key words: math programming, individual project, inverted learning, Maple computer math system.

DOI 10.31392/NPU-nc.series 2.2020.22(29).04
УДК 378.022

Тетяна Володимирівна Підгорна
доктор педагогічних наук, доцент,
професор кафедри інформаційних технологій і програмування
Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова
ORCID ID: 0000-0002-1414-3489
t.v.pidgorna@npu.edu.ua

ПРО ПІДГОТОВКУ ДО ПЕДАГОГІЧНО ВИВАЖЕНОГО ДОБОРУ КОМПОНЕНТІВ МЕТОДИЧНОЇ СИСТЕМИ НАВЧАННЯ

Анотація. Проблемі використання інформаційних технологій в навчальному процесі присвячено велика кількість педагогічних досліджень, однак актуальною залишається проблеми підготовки майбутніх вчителів до педагогічно виваженого добору компонентів методичних систем навчання в умовах швидкої зміни і розвитку комп’ютерно-орієнтованих засобів навчання. Використання таких засобів навчання може докорінно змінювати освітню діяльність учнів. Постає проблема підготовки майбутніх вчителів до умов навчання, що швидко змінюються, і педагогічно виваженого добору не тільки засобів навчання, а й всіх компонентів методичної системи навчання. Для педагогічно виваженого застосування компонентів методичної системи навчання в своїй професійній діяльності вчителі повинні не тільки їх знати і вміти застосовувати, а й розуміти педагогічний ефект від їх поєднання. Під час підготовки майбутніх вчителів до педагогічно виваженого застосування компонентів методичної системи навчання студенти педагогічних закладів вищої освіти спочатку розглядають існуючі засоби, методи, організаційні форми навчання, а потім вчаться здійснювати навчальний процес за різних способів поєднання компонентів методичної системи навчання, а також здійснюють порівняльний аналіз застосування різних конфігурацій компонентів методичної системи навчання. В статті подано приклад методики підготовки майбутніх вчителів до педагогічно виваженого добору компонентів методичної системи навчання. Зроблено висновок, що така методика проведення занять на етапі теоретичного навчання в педагогічних закладах вищої освіти сприяє не тільки кращому засвоєнню знань щодо різних компонентів методичної системи навчання майбутніми вчителями, а й розумінню відмінностей у навчальній діяльності учнів за різних умов здійснення навчального процесу, розвитку вміння застосування диференціації в навчальному процесі.

Ключові слова: методична система навчання та її компоненти, педагогічно виважене використання компонентів методичної системи навчання.

На сьогоднішній день існує велика кількість педагогічних досліджень і методичних рекомендацій щодо використання інформаційних технологій в освітньому процесі. Авторами цих досліджень є В. Ю. Биков, Ю. В. Горошко, М. І. Жалдак, Ю. О. Жук, Н. В. Морзе, Ю. С. Рамський, С. О. Семеріков, О. М. Спірін, Ю. В. Триус, М. А. Умрик, В. М. Франчук та інші. Однак, проблеми