DOI 10.31392/NPU-nc.series 2.2020.22(29).01
УДК 004.76:51-7

Мирослав Іванович Жалдак[1], Василь Михайлович Франчук[2]
Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова,
м. Київ, Україна
[1]доктор педагогічних наук, професор, дійсний член НАПН України
ORCID ID 0000-0001-5570-2235
m.i.zhaldak@npu.edu.ua
[2]кандидат педагогічних наук, доцент
ORCID ID 0000-0002-9443-6520
vfranchuk@npu.edu.ua

ДЕЯКІ ЗАСТОСУВАННЯ ХМАРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ В МАТЕМАТИЧНИХ ОБЧИСЛЕННЯХ

Анотація. У статті розглядаються деякі застосування хмарних технологій в математичних обчисленнях з використанням віддаленого робочого столу Ulteo OVD. Для використання таких технологій досить мати вихід в мережу Internet через відповідний браузер, щоб дістатись до відкритого віртуального робочого столу на потужному віддаленому комп'ютері й далі використовувати ресурси віддаленого комп'ютера (сервера) для розв'язування своїх проблем стосовно опрацювання різноманітних інформаційних ресурсів – розв'язування математичних задач, опрацювання текстів, переклад з однієї мови на іншу, довідки стосовно тлумачення різних термінів, їх походження і багато іншого. Доступ до Ulteo OVD можна організувати за допомогою двох серверів (сервер додатків (Windows 2008R2) та сервер менеджера сесій (Linux Ubuntu)), з використанням веб-орієнтованого віртуального середовища Proxmox. На сервері додатків можуть бути встановлені програмні засоби Gran1, Gran2D, Gran3D. У статті також детально розглядаються окремі приклади застосування педагогічного програмного засобу навчального призначення Gran1. Зокрема обчислення наближеного значення подвійного інтеграла; розв'язування за графічним методом задач у двовимірному просторі, так звані задачі лінійного програмування; двовимірні задачі, зокрема опуклого програмування – відшукання найменшого значення опуклої донизу функції (чи найбільшого значення опуклої догори функції) на опуклій множині розв'язків системи нерівностей (зокрема лінійних). Разом з тим використання в навчально-виховному процесі будь-яких технологій, зокрема і сучасних інформаційно-комунікаційних, а також і змісту навчання, має бути педагогічно виваженим, що дасть можливість уникати будь-яких негативних впливів на формування особистості майбутнього члена суспільства, його розумовий і фізичний розвиток.

Ключові слова: хмарні технології, віддалений робочий стіл, Gran, подвійний інтеграл, лінійне програмування, опукле програмування.

Широке використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій в різних сферах життя і діяльності людей надає можливості доступу до найрізноманітніших відомостей із будь-яких галузей знань, за рахунок чого з'являються можливості значно розширити обізнаність людей стосовно різних проявів оточуючого світу і в результаті бути краще підготовленими до успішного життя і діяльності в умовах сьогодення.

Не залишаються осторонь і заклади освіти. Впровадження сучасних інформаційно-комунікаційних технологій в методичні системи навчання різних навчальних дисциплін, зокрема математики, фізики, хімії, географії, історії та ін., надає можливості значно фундаменталізувати зміст навчання, розширити і поглибити теоретичну базу знань, а крім того надати знанням практичної значущості і застосовності, формувати в учнів основи професійної і загальної культури, виховувати в них почуття турботливості і відповідальності стосовно безпеки оточуючого світу і людей, бути свідомими висококультурними, широко обізнаними і вихованими, доброзичливими і ввічливими членами суспільства, здатними дбати про його добробут і спокій, розвиток його культури і матеріального благополуччя.

Разом з тим використання в навчально-виховному процесі будь-яких технологій, зокрема і сучасних інформаційно-комунікаційних, а також і змісту навчання, має бути педагогічно виваженим, що дасть можливість уникати будь-яких негативних впливів на формування особистості майбутнього члена суспільства, його розумовий і фізичний розвиток. Головним є розвиток мислительних здібностей, аналітико-синтетичного, творчого і критичного мислення учнів, здатності бачити сутність різноманітних проявів оточуючого світу і причинно-наслідкові зв'язки проявів всеможливих явищ і перебігу процесів, вміти правильно їх пояснювати і використовувати з користю для оточуючих і для себе.

Особливого значення набуває навчання природничо-математичних наук, в ході яких учням доводиться розглядати і будувати моделі різних процесів і явищ, і потім їх досліджувати, аналізуючи різні їх особливості і характеристики, можливо з використанням різних інформаційно-комунікаційних моделей для виконання обчислень чи проведення експериментів, і за результатами такого аналізу синтезуючи відповідні висновки. Такий підхід до навчання дає можливість досить ефективно розвивати в учнів логічне, критичне, творче мислення, наукове світобачення, творчий підхід до розв'язування різноманітних проблем, правильне їх бачення і вміння пояснювати їх природу і сутність.

Особливого значення набувають так звані «хмарні» технології доступу до ресурсів різноманітних потужних комп'ютерів (серверів) через мережу Internet з використанням не надто потужних, зокрема мобільних, електронних пристроїв – смартфонів, планшетів, тощо. Це дає можливість в закладах освіти використовувати ресурси віддалених серверів, не витрачаючи кошти на придбання власних потужних, а тому коштовних, комп'ютерів. Досить мати вихід в мережу Internet через відповідний браузер (browser – програма для читання), щоб дістатись до відкритого віртуального робочого столу на потужному віддаленому комп'ютері (Open Virtual Desktop – OVD) і далі використовувати ресурси віддаленого комп'ютера (сервера) для розв'язування своїх проблем стосовно опрацювання різноманітних інформаційних ресурсів – розв'язування математичних задач, опрацювання текстів, переклад з однієї мови на іншу, довідки стосовно тлумачення різних термінів, їх походження, і багато іншого.

Щоб розгорнути роботу віддаленого робочого столу, можна використати Ulteo OVD. Для цього потрібно організувати роботу двох серверів (сервер додатків та сервер менеджера сесій), що можна зробити з використанням веб-орієнтованого віртуального середовища PROXMOX (див. Рис. 1) [1].

Один сервер, а саме сервер менеджера сесій, налаштований з використанням операційної системи Linux Ubuntu. Сервер додатків налаштований з використанням операційної системи Windows 2008R2, на якому можуть бути встановлені програмні засоби Gran1, Gran2D, Gran3D.

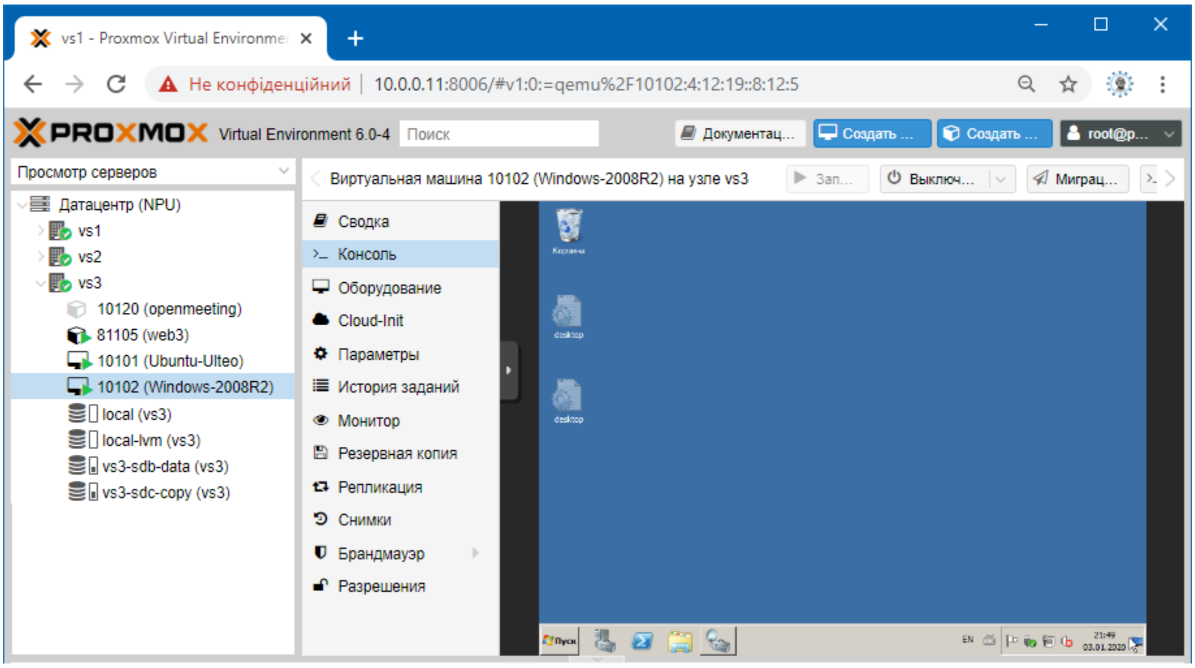

Рис. 1

Розглянемо деякі можливості використання ресурсів віддаленого сервера на прикладі роботи з «хмарними» варіантами програмного комплексу навчального призначення Gran. Щоб дістатись до віртуального робочого столу (Open Virtual Desktop) на віддаленому сервері, слід звернутися до послуг браузера (наприклад Google Chrome) і в рядку введення вгорі над робочим вікном ввести адресу gran.npu.edu.ua (див. Рис. 2), після чого на клавіатурі натиснути клавішу Enter (або в списку відповідних позначень на екрані «натиснути» мітку зі словом Go в разі, коли використовується смартфон чи інший портативний комп'ютер, де немає клавіатури). В результаті відкриється віртуальний робочий стіл (Ulteo Open Virtual Desktop) (див. Рис. 3) на якому в рядку «Ім'я користувача» слід вибрати із запропонованого списку одне з наявних там імен, наприклад gran07, і далі в рядку «Пароль» ввести пароль gran.

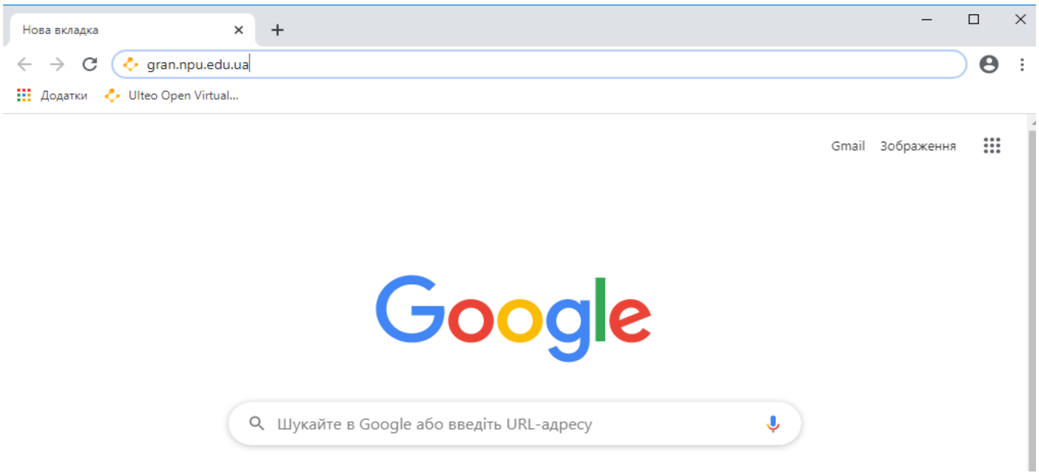

Рис. 2

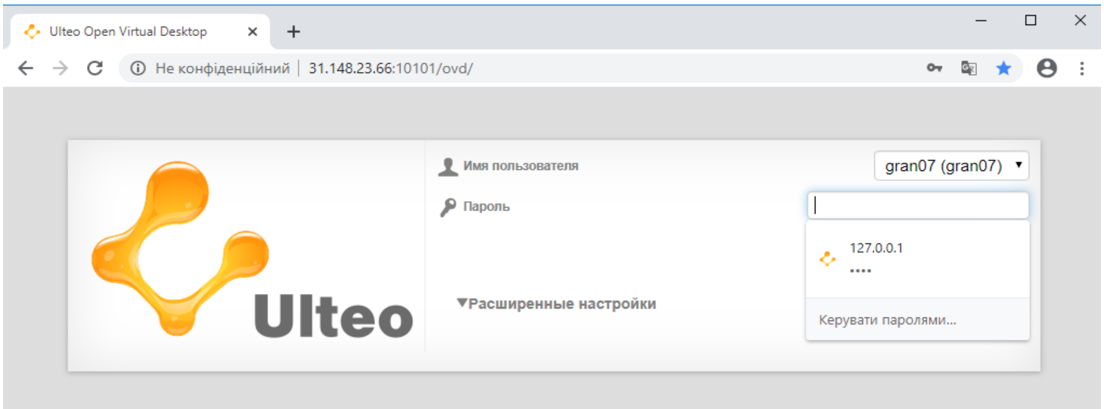

Рис. 3

Рис. 4

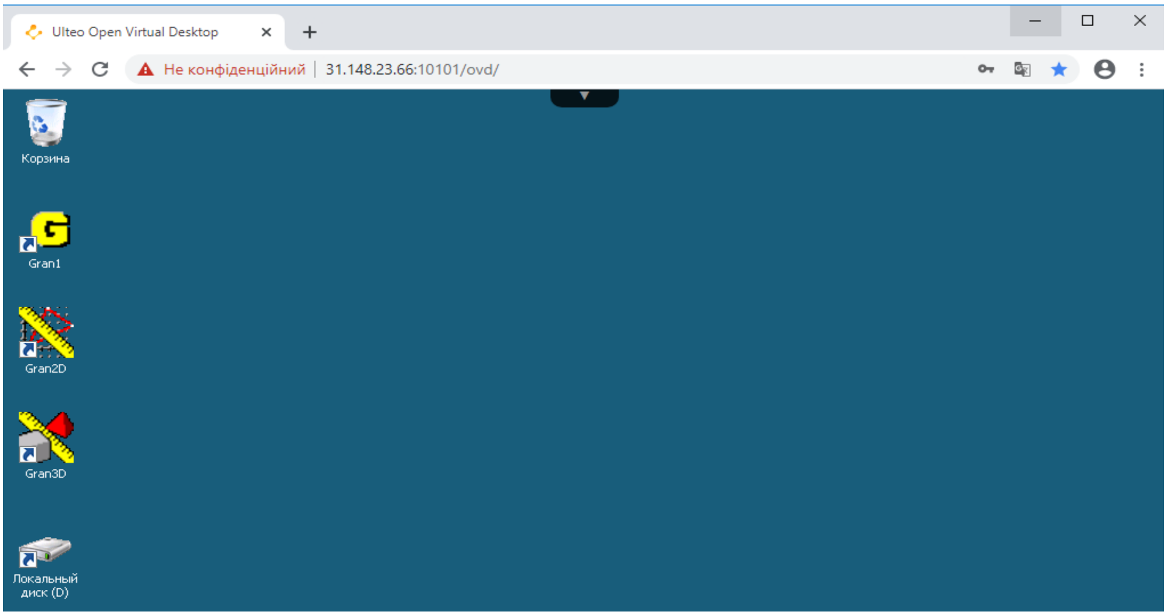

Рис. 5

Слід зауважити, що в такому разі на клавіатурі має бути встановлений англійський алфавіт (ENG). В результаті появиться вікно з повідомленням «Ulteo. Завантаження Open Virtual Desktop» (завантаження відкритого робочого столу) (див. Рис. 4) і невдовзі появиться вікно з позначеннями (через відповідні зображення) п'яти об'єктів: «Кошик», «Gran1», «Gran2D», «Gran3D», «Локальний диск (D)» (див. Рис. 5).

Щоб розпочати роботу з програмою Gran1, слід встановити курсор на позначення «G» і двічі «натиснути» лівою клавішою мишки (або подати відповідну вказівку в разі використання мобільного пристрою). В результаті на екрані появиться робоче вікно програми Gran1 (див. Рис. 6). Далі можна розпочинати роботу з використанням послуг, передбачених в програмі Gran1.

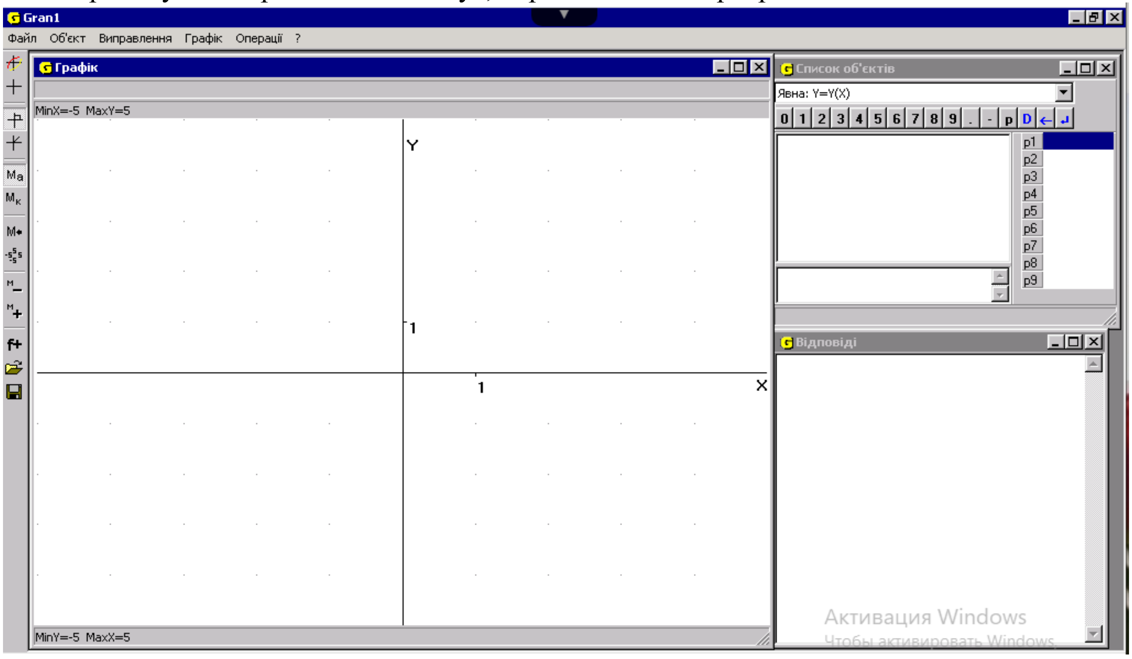

Рис. 6

Аналогічно завантажується програма Gran2D, призначена для графічного опрацювання двовимірних об'єктів на площині, а також і програма Gran3D, призначена для графічного аналізу тривимірних об'єктів в тривимірному просторі.

Дещо детальніше розглянемо окремі приклади застосування педагогічного програмного засобу навчального призначення Gran1.

Нехай потрібно обчислити наближене значення подвійного інтеграла

$$\iint_G f(x,y)dxdy,\text{ де } G = [a;b)\times[c;d) = \{(x,y)|\ x\in[a;b), y\in[c;d)\}.$$

Поділимо відрізок $[c;d)$ на деяку кількість часткових інтервалів $[y_{i-1};y_i)$, $i \in \{1,2, \dots, k\}$, $y_0 = c$, $y_k = d$, $y_i - y_{i-1} = h$, де h – деякий крок зміни значень y_i, і подамо наближено

$$\iint_G f(x,y)dxdy$$

через

$$\sum_{i=1}^{k=1} h\int_a^b (x,y_i)\,dx + h\cdot\frac{1}{2}\left(\int_a^b f(x,y_0)\,dx + \int_a^b f(x,y_k)\,dx\right) \qquad (1)$$

або, що те саме

$$\iint_G f(x,y)dxdy \approx \sum_{i=1}^{k} h\cdot\frac{1}{2}\left(\int_a^b f(x,y_{i-1})\,dx + \int_a^b f(x,y_i)\,dx\right). \qquad (2)$$

За кожного фіксованого значення y_i одновимірний інтеграл

$$\int_a^b f(x,y_i)\,dx$$

досить легко обчислюється з використанням відповідних послуг, передбачених в програмі Gran1, а саме послуг «Операції», «Інтеграли», «Інтеграл» (див. [2]). Обчисливши далі суму (1) за конкретного значення h, знайдемо наближене значення інтеграла

$$\iint_G f(x,y)dxdy, G = [a;b) \times [c;d).$$

Розглянемо конкретно такий приклад. Нехай потрібно обчислити наближене значення подвійного інтеграла

$$\iint_G e^{-(x^2+y^2)}dxdy,$$

де $G = [-5;5) \times [-5;5)$. Будемо обчислювати значення одновимірних інтегралів

$$\int_{-5}^{5} e^{-(x^2+y_i^2)}dx,$$

надаючи змінній y_i значень $0 + i \cdot h$, $i = \{0,1,2,\ldots,k\}$. Враховуючи, що функція $e^{-(x^2+y^2)}$ парна відносно змінної y за довільного значення змінної x, одержану в результаті суму

$$\sum_{i=1}^{k} h \cdot \frac{1}{2}\left(\int_{-5}^{5} e^{-(x^2+y_{i-1}^2)}\,dx + \int_{-5}^{5} e^{-(x^2+y_i^2)}\,dx\right)$$

потрібно буде помножити на 2 (або ж змінювати y_i через крок h, починаючи не від $y_0 = 0$, а від $y_0 = -5$).

Зауважимо, що $f(x,y) = \frac{1}{\pi}e^{-(x^2+y^2)}$ є щільністю двовимірного розподілу ймовірностей, координати центра якого є $x_1 = 0$, $y_1 = 0$, а дисперсія розсіювання ймовірностей вздовж осі OX і вздовж осі OY дорівнюють $D_1 = \frac{1}{2}$, $D_2 = \frac{1}{2}$, відповідно середні квадратичні відхилення $\sigma_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\sigma_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$, а $f(x,y) = \frac{1}{\pi}e^{-(x^2+y^2)}$ можна подати у вигляді $f(x,y) = f_1(x)f_2(y)$, де $f_1(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-x^2}$, $f_2(y) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-y^2}$ – щільності одновимірних нормальних розподілів ймовірностей вздовж осі OX та осі OY відповідно. Як відомо, $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\,dx = \sqrt{\pi}$ (відомий інтеграл Ейлера-Пуасона).

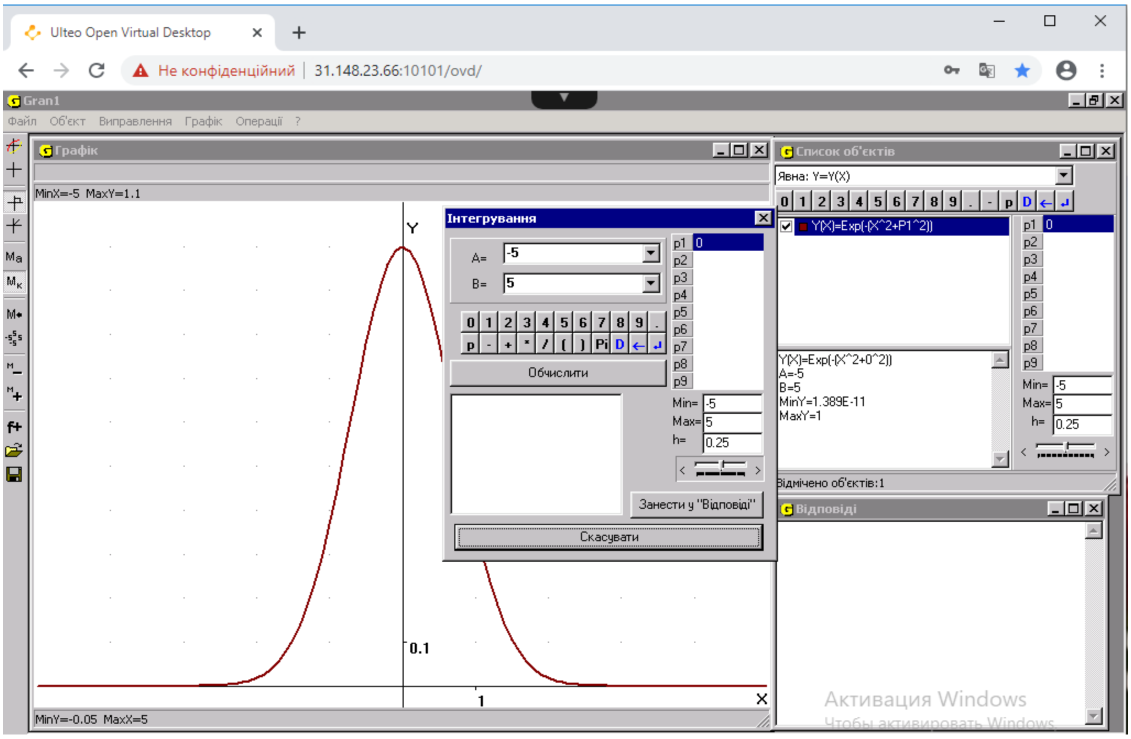

Рис. 7

Звернемось тепер до програми Gran1 і, вказавши тип залежності між змінними «Явна», введемо вираз $\exp\left(-(x^\wedge 2 + p1^\wedge 2)\right)$ (див. Рис. 7), де замість змінної y вкажемо змінний (динамічний) параметр $p1$. Задавши деяке конкретне значення параметра $p1$, межі його зміни «$Min =$», «$Max =$» і крок зміни «$h =$» (у відповідних віконцях на правій стороні робочого стола), звернемось до послуг «Графік», «Побудувати», в результаті чого у вікні «Графік» буде побудовано графік функції $f(x) = e^{-(x^2+p1^2)}$ за заданого значення параметра $p1$ (див. Рис. 7).

Зауважимо, що необхідні числа у згадані віконця вводяться через використання цифрової панелі вгорі праворуч у робочому вікні, як звичайно. Після введення необхідних чисел слід «натиснути» кнопку «$\leftarrow\!\!\rfloor$» на вказаній панелі.

Після звернення до послуг «Операції», «Інтеграли», «Інтеграл» в робочому вікні з'явиться допоміжне вікно з назвою «Інтегрування» (див. Рис. 8), в якому слід вказати початкове значення параметра $p1$ (в розглядуваному випадку 0), межі його зміни «$Min =$», «$Max =$» та крок змінювання «$h =$». В розглядуваному випадку встановлюємо $Min = -5$, $Max = 5$, $h = 0.25$ (див. Рис. 8). Звернувшись до послуги «Обчислити» (під цифровою панеллю у допоміжному вікні «Інтегрування»), одержимо (за умови $p1 = 0$) $I = 1.772$ (що дорівнює $\sqrt{\pi}$, див. [3], [4]) (див. Рис. 8). Збільшуючи поступово значення параметра $p1$ на крок h (для чого досить «натиснути» на позначення «$>$» під віконцем «$h =$», тобто встановити на позначення «$>$» курсор мишки і натиснути ліву клавішу мишки), одержимо значення

$$\int_{-5}^{5} f(x)\,dx = \int_{-5}^{5} e^{-(x^2+p1^2)}\,dx$$

за різних значень параметра $p1$ (див. Рис. 9, Рис. 10, Рис. 11, Рис. 12, Рис. 13).

Звівши одержані 14 значень в таблицю, одержимо: (за умови $h = 0.25$):

$p1$	0	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00	2.25	2.50	2.75	3.00	3.25
$I(p1)$	1.772	1.665	1.380	1.010	0.652	0.3715	0.1868	0.0829	0.03246	0.01122	0.003422	0.0009209	0.0002187	$4.6E-05$

Обчислюючи тепер суму знайдених значень інтеграла $I(p1) = \int_{-5}^{5} e^{-(x^2+p1)}dx$ за різних (вказаних в таблиці) значень параметра $p1$, одержимо

$$\sum_{p1=0}^{3,25} I(p1) = 7.168.$$

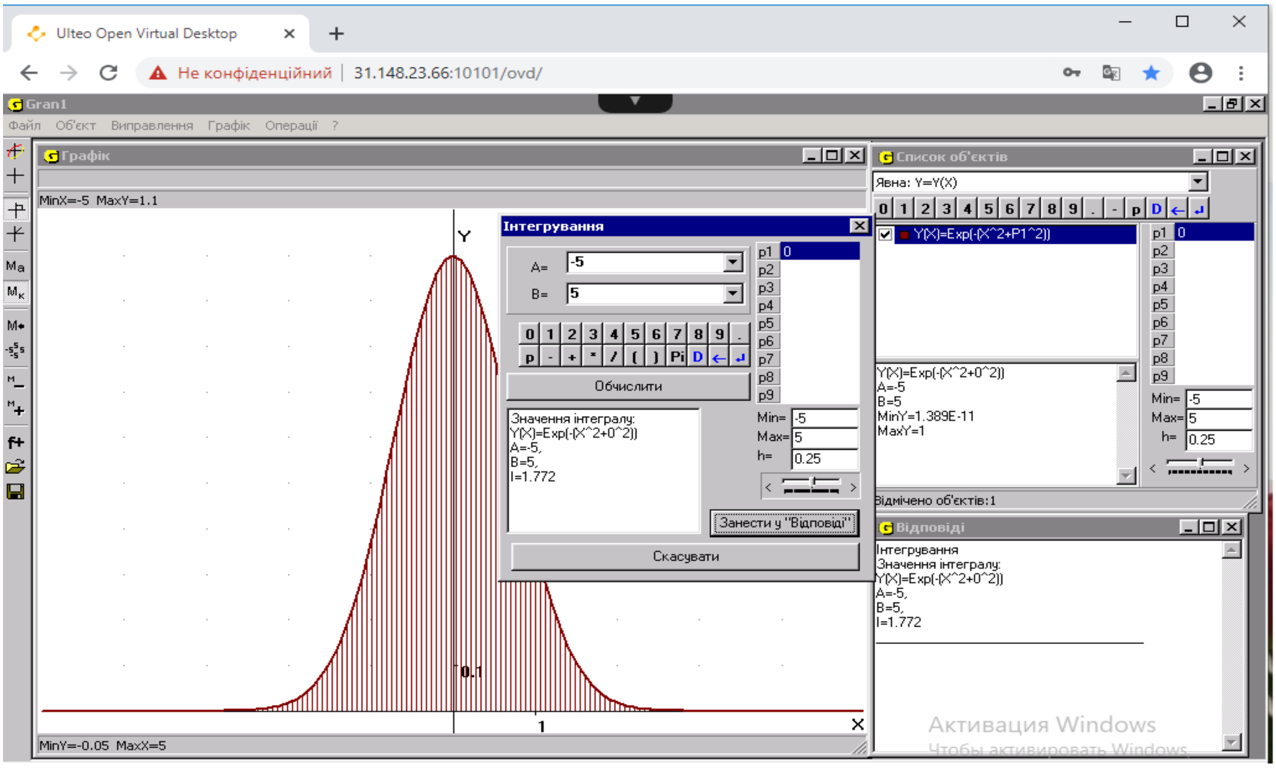

Рис. 8

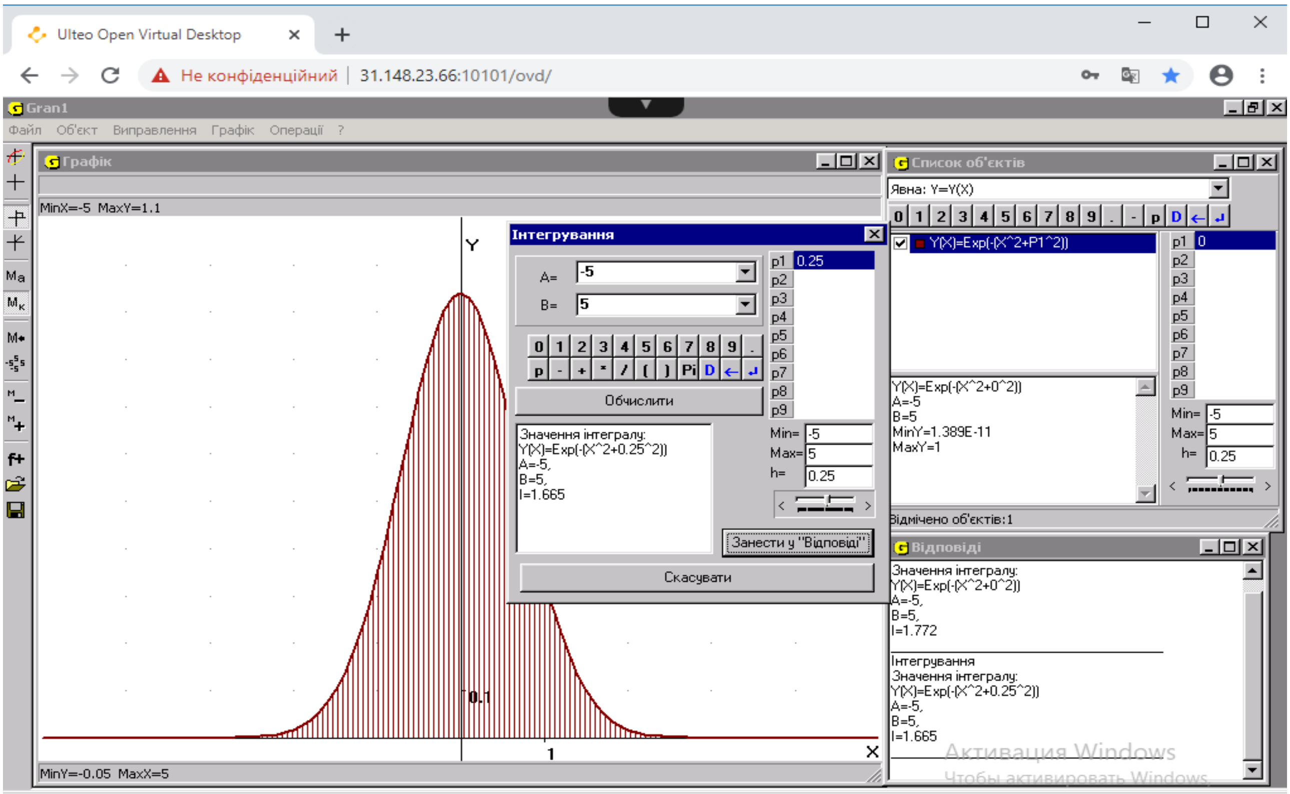
Ulteo Open Virtual Desktop
Не конфіденційний | 31.148.23.66:10101/ovd/
Gran1
Файл Об'єкт Виправлення Графік Операції ?
Графік
MinX=-5 MaxY=1.1
Інтегрування
A= -5
B= 5
Обчислити
Значення інтегралу:
Y(X)=Exp(-(X^2+0.25^2))
A=-5,
B=5,
I=1.665
Занести у "Відповіді"
Скасувати
p1 0.25
Min= -5
Max= 5
h= 0.25
MinY=-0.05 MaxX=5
Список об'єктів
Явна: Y=Y(X)
Y(X)=Exp(-(X^2+P1^2))
Y(X)=Exp(-(X^2+0^2))
A=-5
B=5
MinY=1.389E-11
MaxY=1
Відмічено об'єктів:1
Відповіді
Значення інтегралу:
Y(X)=Exp(-(X^2+0^2))
A=-5,
B=5,
I=1.772
Інтегрування
Значення інтегралу:
Y(X)=Exp(-(X^2+0.25^2))
A=-5,
B=5,
I=1.665
Активация Windows

Рис. 9

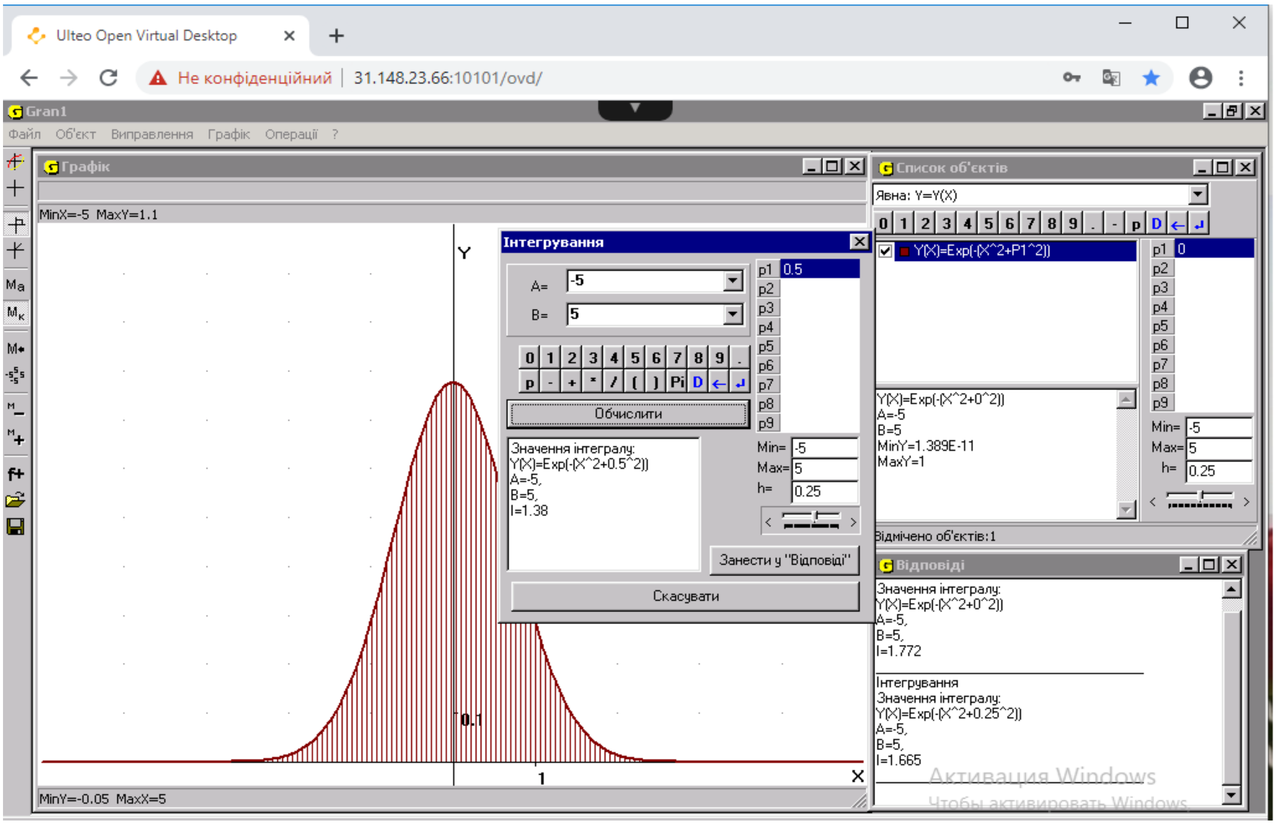
Ulteo Open Virtual Desktop
Не конфіденційний | 31.148.23.66:10101/ovd/
Gran1
Файл Об'єкт Виправлення Графік Операції ?
Графік
MinX=-5 MaxY=1.1
Інтегрування
A= -5
B= 5
Обчислити
Значення інтегралу:
Y(X)=Exp(-(X^2+0.5^2))
A=-5,
B=5,
I=1.38
Занести у "Відповіді"
Скасувати
p1 0.5
Min= -5
Max= 5
h= 0.25
MinY=-0.05 MaxX=5
Список об'єктів
Явна: Y=Y(X)
Y(X)=Exp(-(X^2+P1^2))
Y(X)=Exp(-(X^2+0^2))
A=-5
B=5
MinY=1.389E-11
MaxY=1
Відмічено об'єктів:1
Відповіді
Значення інтегралу:
Y(X)=Exp(-(X^2+0^2))
A=-5,
B=5,
I=1.772
Інтегрування
Значення інтегралу:
Y(X)=Exp(-(X^2+0.25^2))
A=-5,
B=5,
I=1.665
Активация Windows

Рис. 10

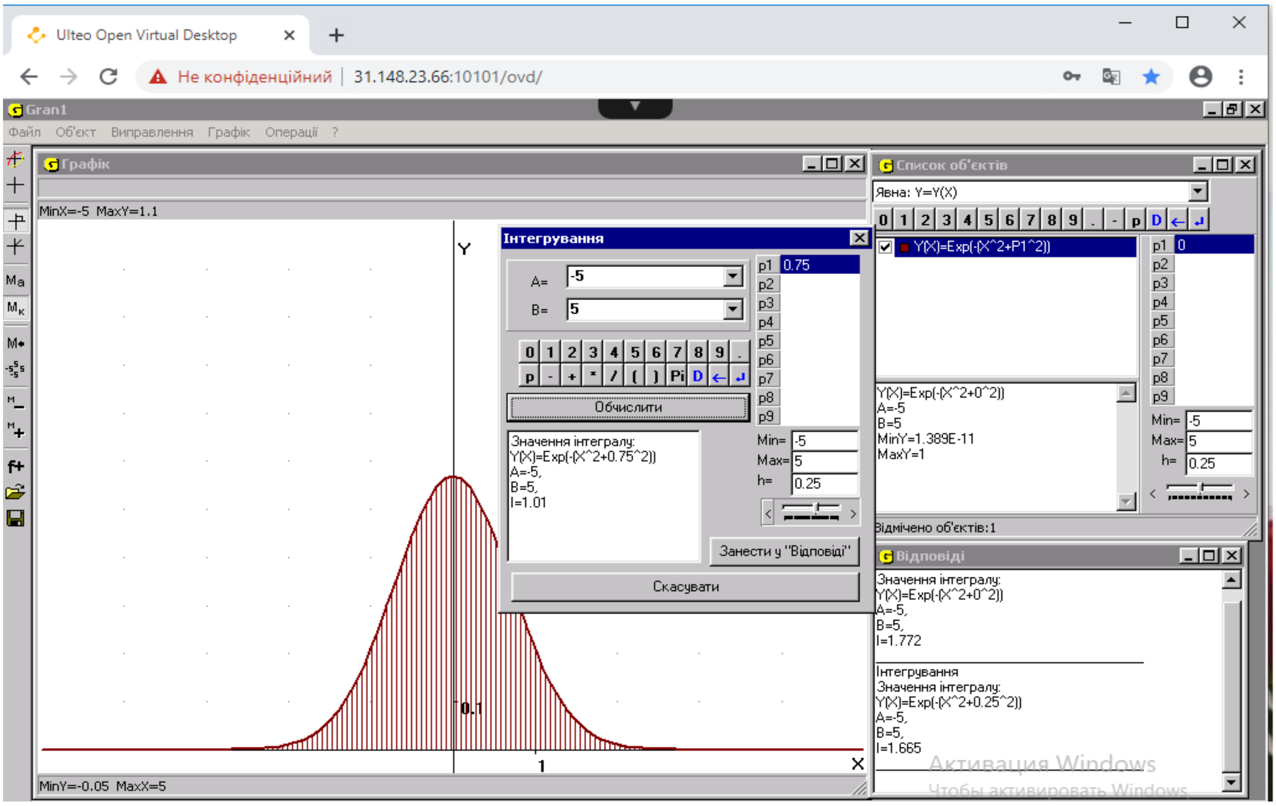
Ulteo Open Virtual Desktop
Не конфіденційний | 31.148.23.66:10101/ovd/
Gran1
Файл Об'єкт Виправлення Графік Операції ?
Графік
MinX=-5 MaxY=1.1
Y
0.1
1
X
MinY=-0.05 MaxX=5
Інтегрування
A= -5
B= 5
Обчислити
Значення інтегралу:
Y(X)=Exp(-(X^2+0.75^2))
A=-5,
B=5,
I=1.01
p1 0.75
Min= -5
Max= 5
h= 0.25
Занести у "Відповіді"
Скасувати
Список об'єктів
Явна: Y=Y(X)
Y(X)=Exp(-(X^2+P1^2))
Y(X)=Exp(-(X^2+0^2))
A=-5
B=5
MinY=1.389E-11
MaxY=1
Відмічено об'єктів:1
Відповіді
Значення інтегралу:
Y(X)=Exp(-(X^2+0^2))
A=-5,
B=5,
I=1.772
Інтегрування
Значення інтегралу:
Y(X)=Exp(-(X^2+0.25^2))
A=-5,
B=5,
I=1.665

Рис. 11

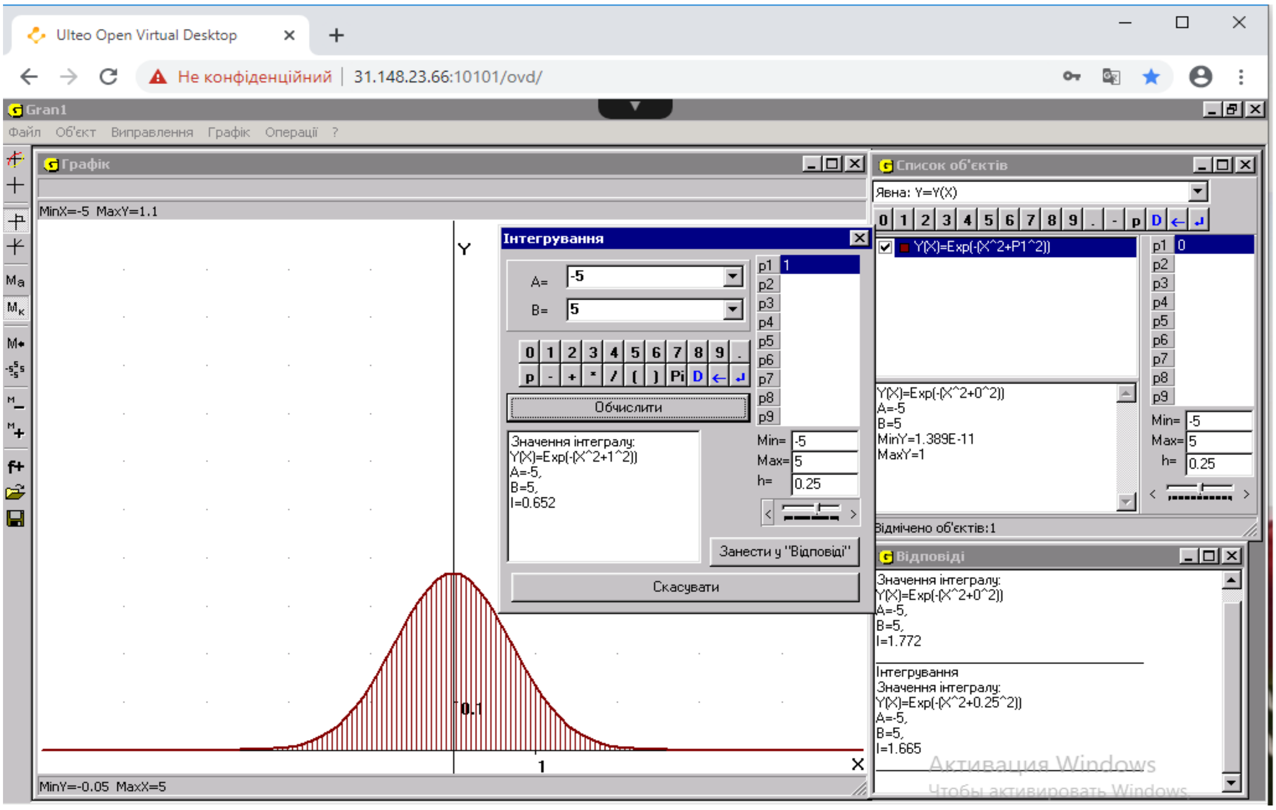
Ulteo Open Virtual Desktop
Не конфіденційний | 31.148.23.66:10101/ovd/
Gran1
Файл Об'єкт Виправлення Графік Операції ?
Графік
MinX=-5 MaxY=1.1
Y
0.1
1
X
MinY=-0.05 MaxX=5
Інтегрування
A= -5
B= 5
Обчислити
Значення інтегралу:
Y(X)=Exp(-(X^2+1^2))
A=-5,
B=5,
I=0.652
p1 1
Min= -5
Max= 5
h= 0.25
Занести у "Відповіді"
Скасувати
Список об'єктів
Явна: Y=Y(X)
Y(X)=Exp(-(X^2+P1^2))
Y(X)=Exp(-(X^2+0^2))
A=-5
B=5
MinY=1.389E-11
MaxY=1
Відмічено об'єктів:1
Відповіді
Значення інтегралу:
Y(X)=Exp(-(X^2+0^2))
A=-5,
B=5,
I=1.772
Інтегрування
Значення інтегралу:
Y(X)=Exp(-(X^2+0.25^2))
A=-5,
B=5,
I=1.665

Рис. 12

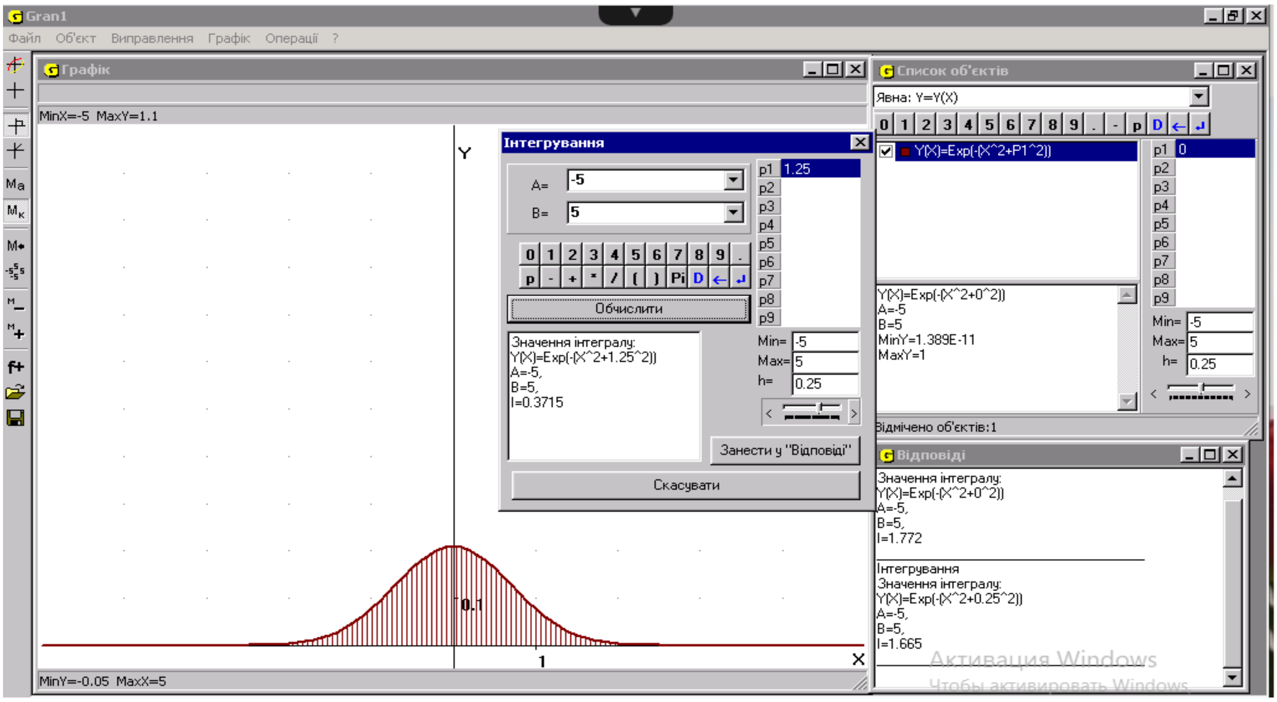

Рис. 13

Враховуючи тепер формулу (1) (або (2)), знайдемо

$$\sum_{p1=0}^{3,25} I(p1) - I(0)/2 = 7.168 - \frac{1.772}{2} = 6.282.$$

Помноживши отримане значення 6.282 на величину кроку $h = 0.25$, одержимо $6.282 \cdot 0.25 = 1.571$. Помноживши отримане значення 1.571 на 2 (оскільки параметр $p1$ змінювали не від -5 до 5, а від 0 до 5, а також врахувавши, що в разі $p1 > 3.25$ практично $I(p1) = 0$), в результаті одержимо $1.571 \times 2 = 3.142$, тобто $\iint\limits_G e^{-(x^2+y^2)}dxdy = 3.142 \approx \pi$.

Практично той самий результат отримуємо і в разі $h = 0.1$ чи $h = 0.05$. Оскільки, $\iint\limits_{R^2} e^{-(x^2+y^2)}dxdy \approx \iint\limits_G e^{-(x^2+y^2)}dxdy = \pi$, бо $\iint\limits_{R^2} e^{-(x^2+y^2)}dxdy = \int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}dx \int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2}dy \approx$ $\approx \int\limits_{-5}^{5} e^{-x^2}dx \int\limits_{-5}^{5} e^{-y^2}dy = \sqrt{\pi}\sqrt{\pi} = \pi$, або $\frac{1}{\pi}\int\limits_{R^2} e^{-(x^2+y^2)}dxdy = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}dx \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2}dy \approx$ $\approx \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int\limits_{-5}^{5} e^{-x^2}dx \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int\limits_{-5}^{5} e^{-y^2}dy \approx 1$ в зв'язку з тим, що за нормального розподілу ймовірностей із щільністю $f(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-x^2}$ середнє квадратичне відхилення $\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}}$, а ймовірність попадання за межі $(x_c - 3\sigma,\ x_c + 3\sigma)$ практично дорівнює нулю, то ймовірність попадання за межі множини $G = [-5;5] \times [-5;5]$ практично дорівнює нулю, а

$$P(G) = \iint\limits_G \frac{1}{\pi} e^{-(x^2+y^2)} dxdy \approx 1.$$

Інший варіант наближеного обчислення подвійного інтеграла

$$\iint\limits_G f(x,y)dxdy,$$

де $f(x,y)$ функція виду $f(x^2+y^2)$, G – множина виду $G = \{(x,y)|\ x^2 + y^2 \le R^2\}$, може бути такий. Покладемо $y = 0$ і скориставшись послугами програми Gran1, побудуємо графік функції

$f(x,0)$. Далі, починаючи від точки $(0, f(0,0))$ і зміщуючись в бік збільшення абсциси x, вбудуємо в побудований графік функції $f(x,0)$ ламану лінію, розміщуючи вершини ламаної на графіку якомога недалеко одна від однієї і розміщуючи такі вершини вздовж графіка функції в межах зміни абсциси x в множині G. Далі звертаємось до послуг програми Gran1 «Операції», «Операції з ламаними», «Об'єм та площа поверхні тіла обертання, вісь OY». В результаті отримаємо наближене значення інтеграла

$$\iint_G f(x,y)dxdy.$$

Нехай, наприклад, потрібно обчислити подвійний інтеграл $\iint_G \frac{1}{\pi} e^{-(x^2+y^2)} dxdy$, де $G = \{(x,y) \mid x^2 + y^2 \leq 5\}$.

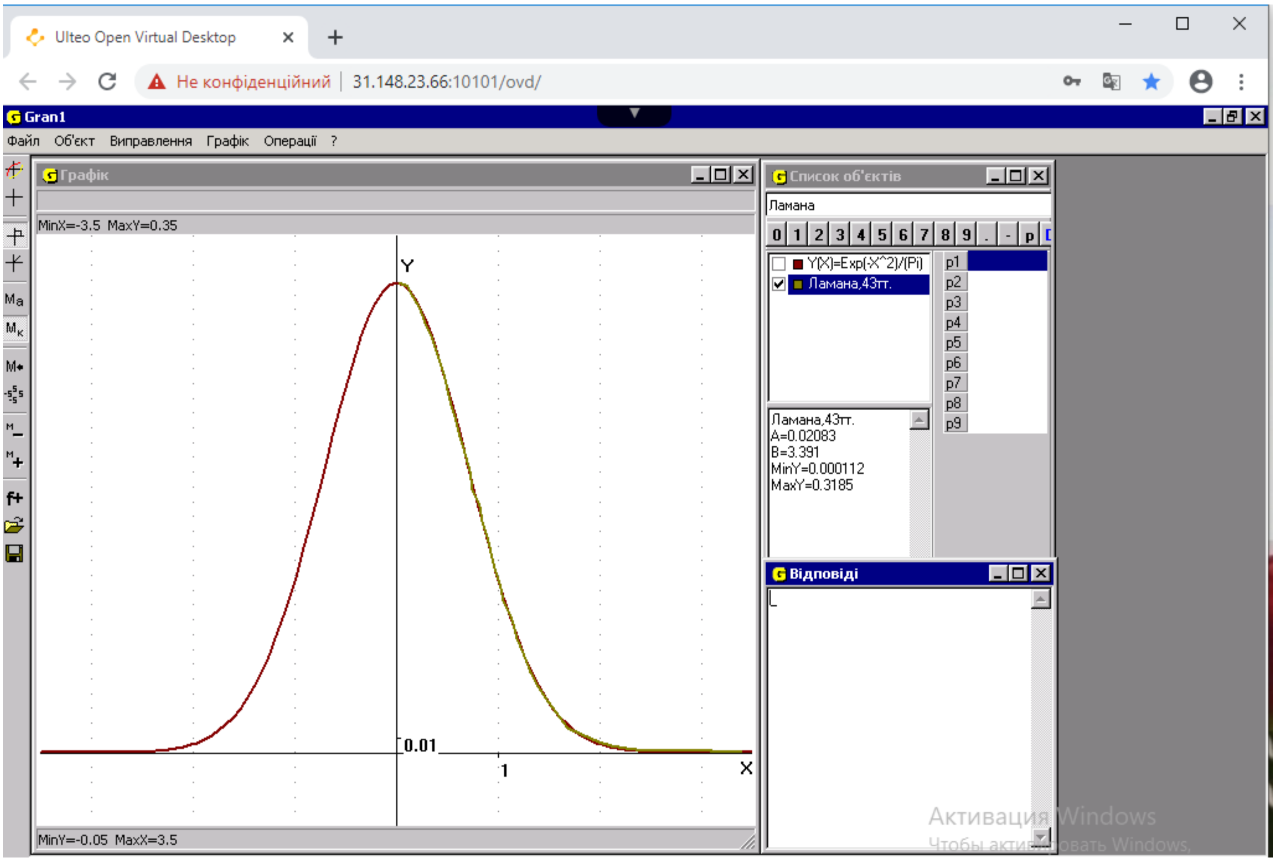

Рис. 14

Скориставшись послугами програми Gran1, звернемось до послуг «Об'єкт», «Створити», введемо вираз явно заданої залежності $y = \frac{1}{\pi} e^{-x^2}$ і далі, звернувшись до послуг «Графік», «Побудувати», побудуємо графік заданої залежності між абсцисами і ординатами точок на графіку (див. Рис. 14). Далі встановимо тип залежності між змінними «Ламана», звернемось до послуг «Об'єкт», «Створити», і у вікні, що з'явиться, вкажемо на спосіб задання вершин ламаної «Дані з екрану». Після цього вкажемо на побудованому графіку точки – вершини ламаної, для чого необхідно встановити курсор мишки у відповідну точку на графіку і натиснути ліву клавішу мишки. В результаті така точка буде відмічена і їй буде надано відповідний номер. Після введення останньої точки слід «натиснути» кнопку «Ок» в правому верхньому кутку графічного вікна (див. Рис. 15) і далі звернутись до послуг програми Gran1 «Графік», «Побудувати».

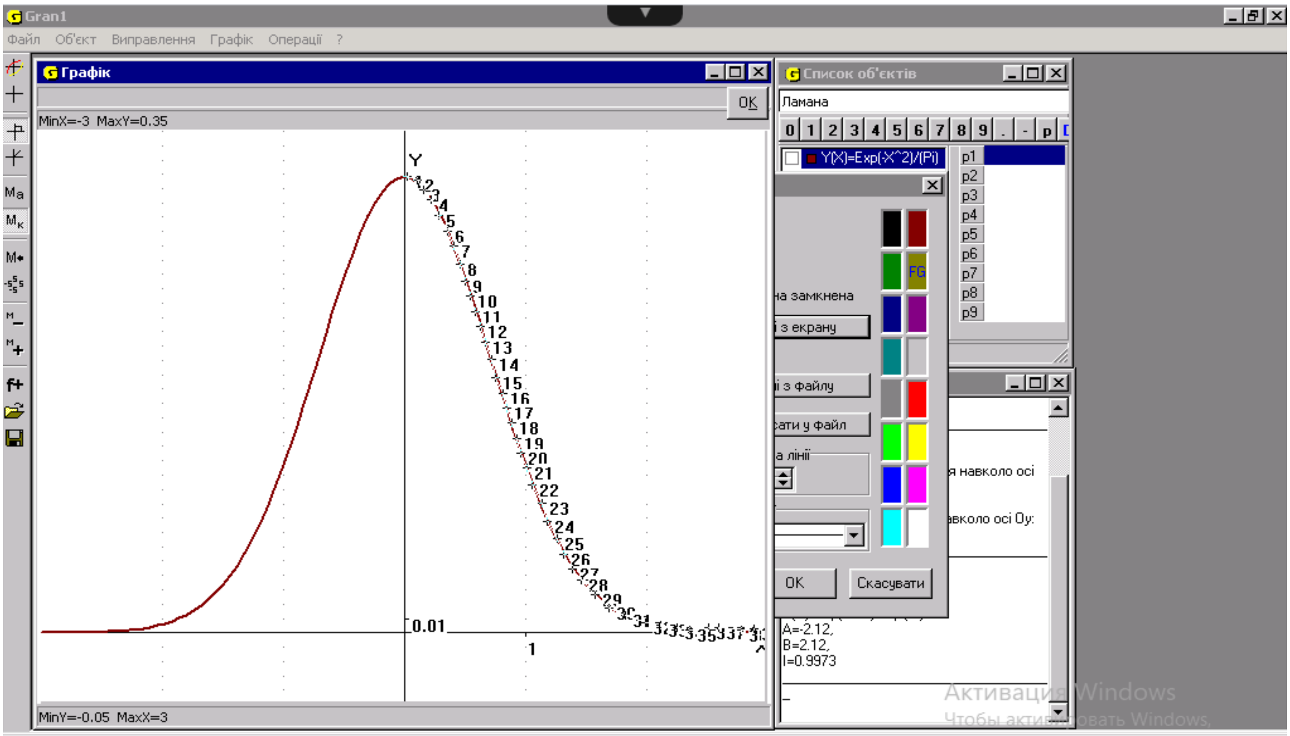

Рис. 15

Щоб отримати шукане наближене значення подвійного інтеграла $\iint\limits_G \frac{1}{\pi} e^{-(x^2+y^2)}dxdy$, $G=\{(x,y)|\ \ x^2+y^2\le 5\}$, яке в геометричному тлумаченні є об'єм під поверхнею $Z = f(x,y)\ge 0$ над областю G, звернемось до послуг програми Gran1 «Операції», «Операції з ламаними», «Об'єм та площа поверхні тіла обертання, вісь OY». В результаті одержимо наближене значення інтеграла $\iint\limits_G \frac{1}{\pi} e^{-(x^2+y^2)}dxdy - V = 1.005$ (див. Рис. 16).

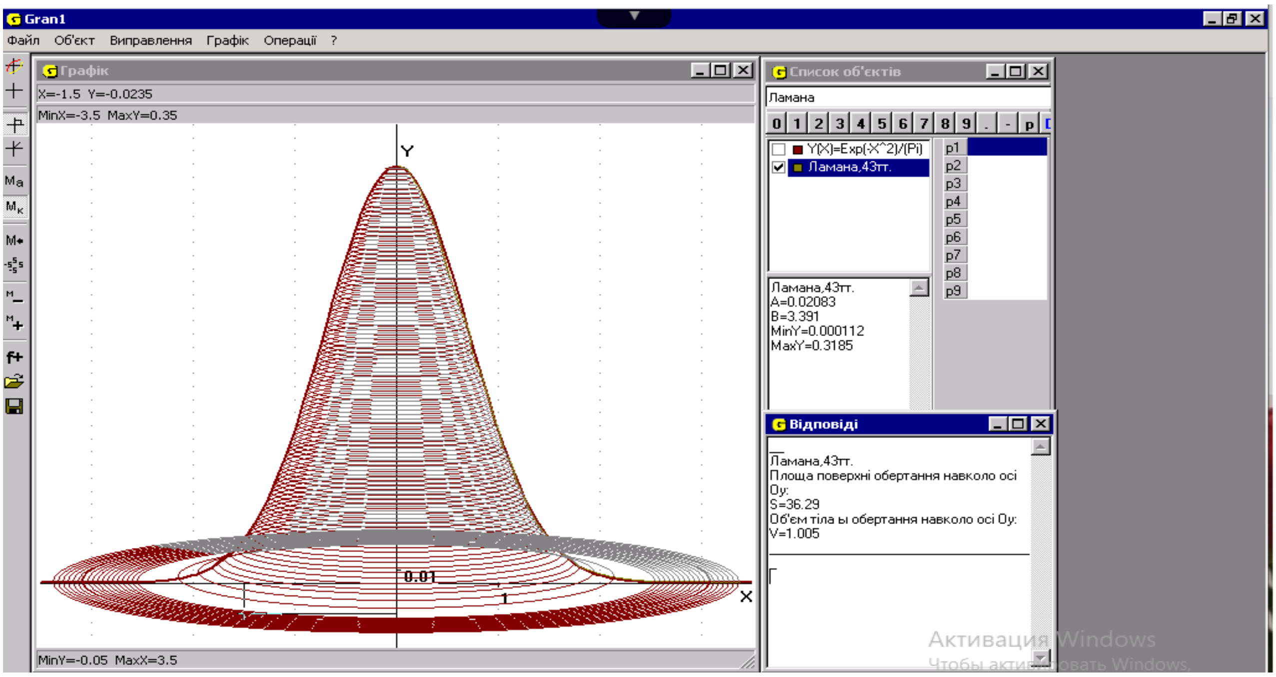

Рис. 16

В разі, коли необхідно обчислити об'єм тіла під поверхнею $Z = f(x,y)\ge 0$ над кругом радіуса $r < R$, слід домогтися, щоб абсциса найправішої вершини ламаної дорівнювала r і далі вказати ще одну вершину на осі OX з координатами $(r, 0)$. Після чого знайти об'єм тіла обертання так утвореної ламаної навколо осі OY. На Рис. 17 подано приклад обчислення ймовірності попадання в круг радіуса 1 з центром в початку координат за умови, що на площині XOY ймовірності розподілені з щільністю $f(x,y)=\dfrac{1}{\pi}e^{-(x^2+y^2)}$. Така ймовірність виявляється наближено рівною 0.6283.

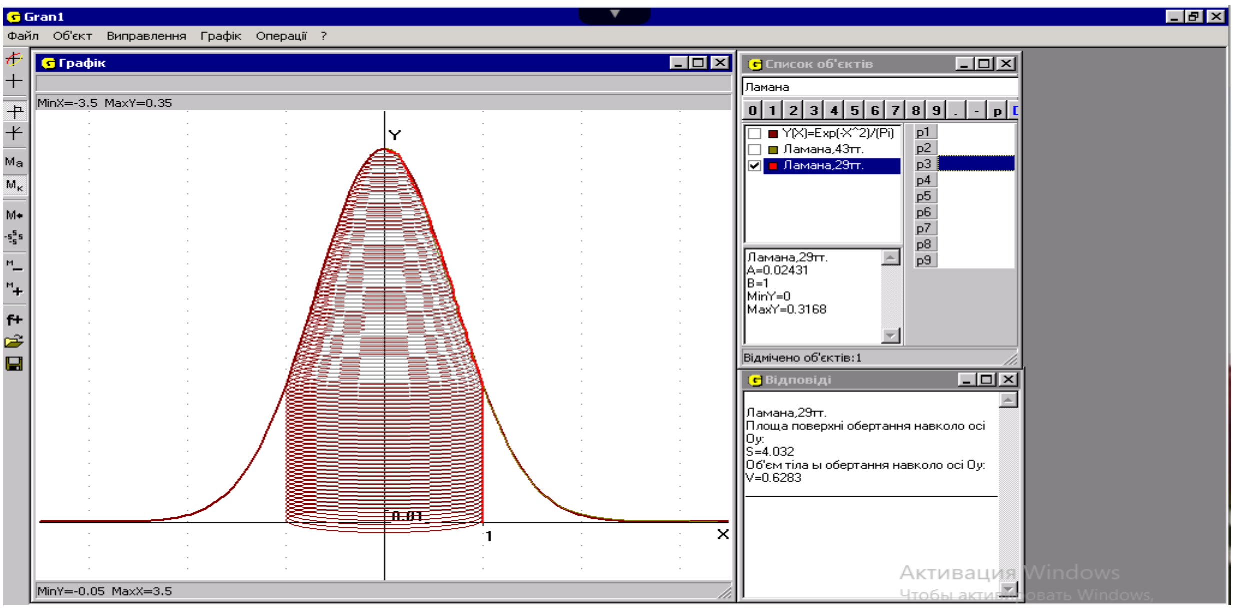

Рис. 17

Іншим прикладом застосування програми Gran1 до розв'язування за графічним методом задач в двовимірному просторі R^2 може бути такий. Нехай потрібно знайти найбільше значення лінійної функції $l(x,y)=ax+by+c$ на множині розв'язків системи лінійних нерівностей $l_i(x,y)=a_ix+b_iy+c_i\geq 0$, $i\in\{1,2,\ldots,k\}$ (такі задачі називаються задачами лінійного програмування, а розв'язок задачі називається оптимальним, точка, в якій досягається оптимальне значення функції $l(x,y)$, також називається оптимальною).

Щоб знайти розв'язок даної задачі, потрібно спочатку знайти множину розв'язків системи нерівностей $l_i(x,y)\geq 0$, і в разі, коли така множина непорожня (система $l_i(x,y)\geq 0$ не є несумісною), знайти в такій множині точку, в якій функція $l(x,y)$ (яку називають цільовою функцією) набуває оптимального значення (найбільшого чи найменшого в залежності від постановки задачі).

Щоб, знайти множину розв'язків системи лінійних нерівностей $l_i(x,y)=a_ix+b_iy+c_i\geq 0$, $i\in\{1,2,\ldots,k\}$, з використанням послуг програми Gran1, слід встановити тип залежності між змінними «Неявна: $0=G(X,Y)$», далі звертаючись щоразу до послуг «Об'єкт», «Створити», ввести вирази всіх функцій $l_i(x,y)$, побудувати їх графіки, звертаючись до послуг «Графік», «Побудувати», і далі звернутись до послуг «Операції», «Нерівності», «Система нерівностей $G(X,Y)<(>)0$», «Система нерівностей $G(X,Y)>0$» (або «Система нерівностей $G(X,Y)<0$ залежно від умов задачі»).

В результаті у вікні «Графік» буде заштриховано множину розв'язків системи нерівностей $l_i(x,y)\geq 0$, $i\in\{1,2,\ldots,k\}$ (в разі сумісності системи, див. Рис. 18).

На Рис. 18 показано множину розв'язків системи лінійних нерівностей

$$\begin{cases} 1\cdot x-y+3\geq 0,\\ 1\cdot x-2.2y+7\geq 0,\\ 0\cdot x-1\cdot y-4\geq 0,\\ -2.7x-0.7y+12\geq 0,\\ -1.5x+0.5y+6\geq 0,\\ 1\cdot x+0.7y+2\geq 0,\\ 1\cdot x+0\cdot y+1\geq 0,\\ 0\cdot x+1\cdot y+4.5\geq 0.\end{cases}$$

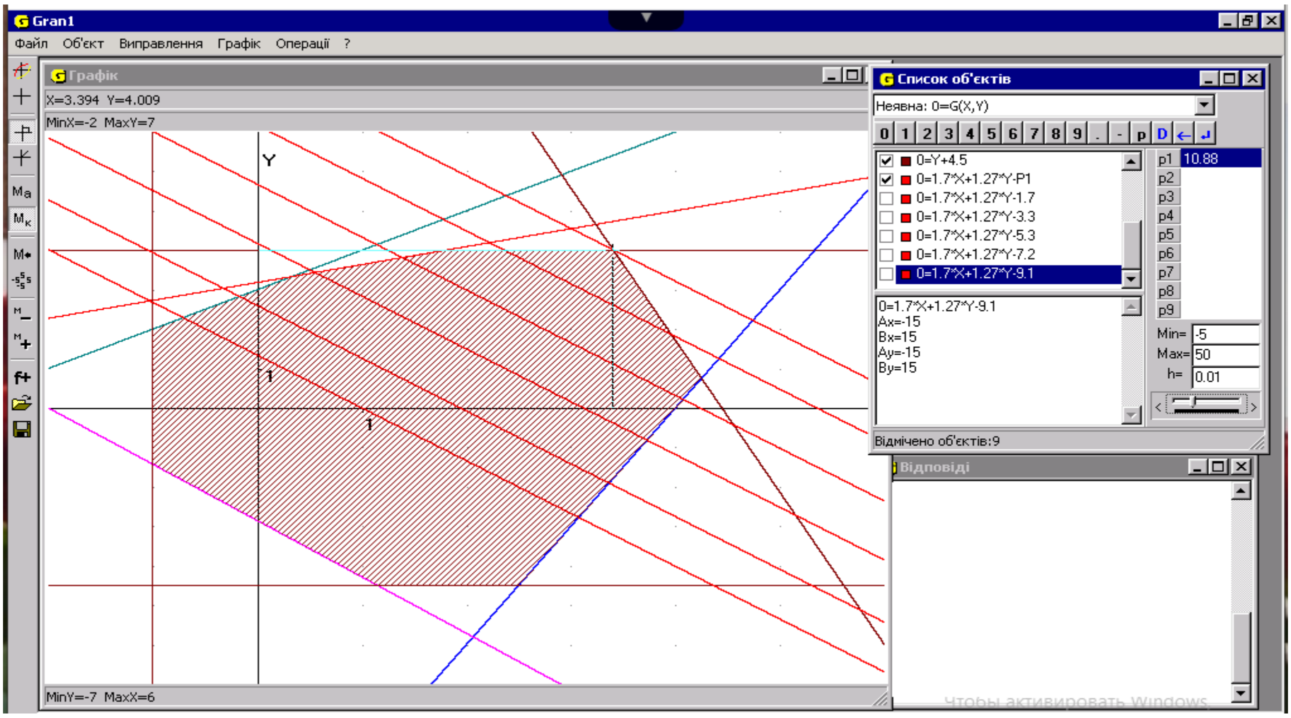

Рис. 18

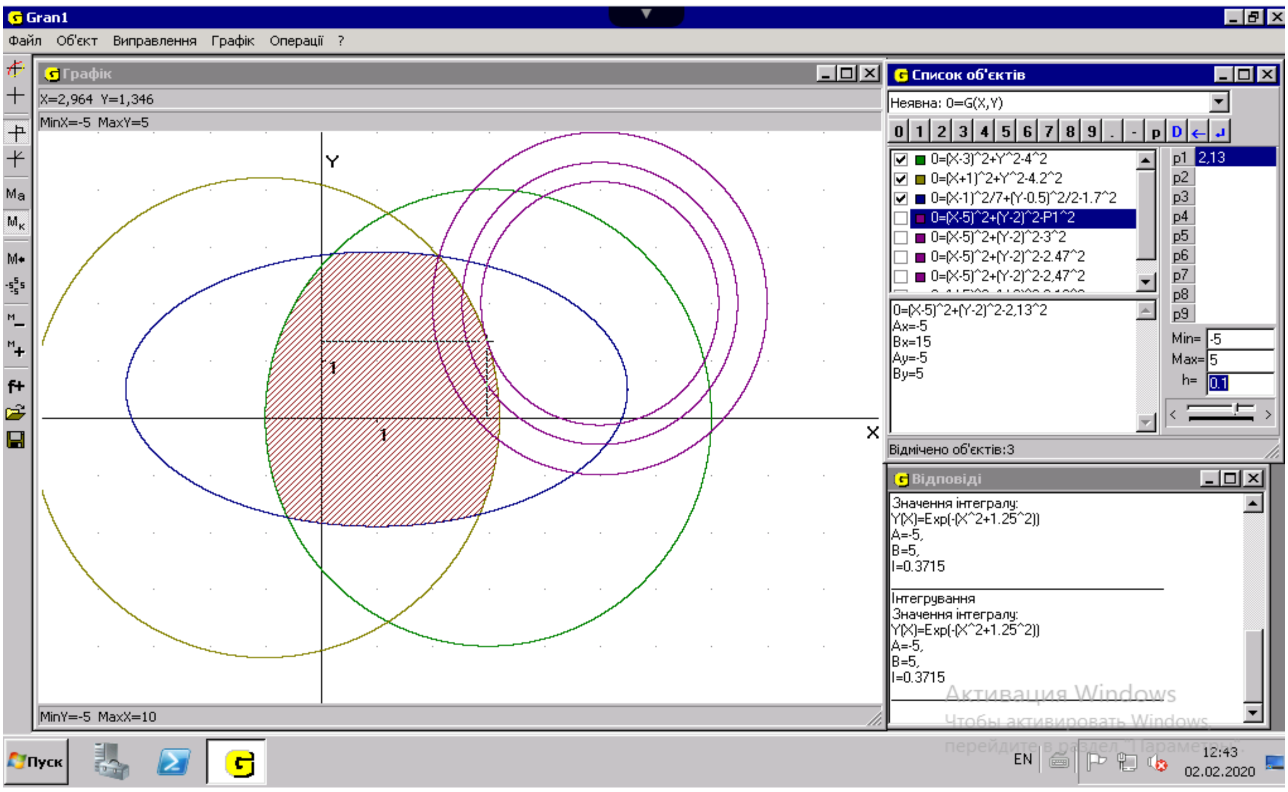

Рис. 19

Щоб знайти найбільше значення лінійної функції $l(x, y) = 1.7x + 0.7y$ на множині розв'язків заданої системи нерівностей, введемо неявно задану залежність між змінними x і y виду $0 = 1.7x + 0.7y - p1$, де $p1$ – змінний (динамічний) параметр. В такому разі значення $p1$ буде значенням функції $l(x, y) = 1.7x + 0.7y$ в точках, в яких задовільняється рівність $1.7x + 0.7y = p1$. Змінюючи значення параметра $p1$, задаючи відповідний крок h його зміни, знайдемо, що найбільшого значення, рівного 10.88, функція $l(x, y) = 1.7x + 0.7y$ набуває в точці $x \approx 3.4$, $y \approx 4.0$ (див. Рис. 18).

Зауважимо, що в разі потреби можна зафіксувати різні лінії рівня функції $l(x, y)$ (лінії, на яких функція $l(x, y)$ набуває сталих значень c, називаються лініями рівня c). Щоб зафіксувати таку лінію за наявного значення параметра $p1$, слід звернутись до послуг «Об'єкт», «Новий об'єкт з зафіксованими параметрами». На Рис. 18 таких ліній зафіксовано 6 із значеннями параметра $p1$ відповідно 1.7, 3.3, 5.3, 7.2, 9.1, 10.88.

Аналогічно з використанням послуг прогами Gran1 можна розв'язувати і інші двовимірні задачі, зокрема опуклого програмування – відшукання найменшого значення опуклої донизу функції (чи найбільшого значення опуклої догори функції) на опуклій множині розв'язків системи нерівностей (зокрема лінійних).

На Рис. 19 наведено приклад графічного розв'язування двовимірної задачі нелінійного опуклого програмування, відшукання найменшого значення квадратичної функції $f(x,y)=(x-5)^2+(y-2)^2$ на множині розв'язків системи нелінійних квадратичних нерівностей

$$\begin{cases} (x-3)^2+y^2-4^2\le 0, \\ (x+1)^2+y^2-4^2\le 0, \\ \dfrac{1}{7}(x-1)^2+\dfrac{1}{2}(y-0.5)^2-1.7^2\le 0. \end{cases}$$

Таке значення виявляється рівним $2.13^2\approx 4.54$ і досягається в точці $x\approx 3,\ y\approx 1.35$ (див. Рис. 19).

Як і раніше, щоб знайти множину розв'язків заданої системи нелінійних нерівностей з використанням послуг програми Gran1, слід встановити тип залежності «Неявна: $0=G(x,y)$», далі, звернувшись до послуг «Об'єкт», «Створити», ввести вирази всіх заданих залежностей $f_i(x,y)=0$, побудувати їх графіки, і далі звернутись до послуг «Операції», «Нерівності», «Система нерівностей $G(X,Y)<(>)0$», «Система нерівностей $G(X,Y)<0$». В результаті у вікні «Графік» в разі сумісності системи буде заштриховано множину розв'язків заданої системи нерівностей $f_i(x,y)\le 0$ (див. Рис. 19).

Після цього потрібно ввести, як і раніше, вираз $f(x,y)-p1=0$, де $f(x,y)$ – цільова функція, найменше значення якої на множині розв'язків заданої системи нерівностей потрібно знайти, задати деяке значення параметра $p1$ і побудувати графік залежності $f(x,y)-p1=0$ (див. Рис. 19). Після цього змінюючи (зменшуючи або збільшуючи) значення параметра $p1$, визначити таке його найменше значення, за якого на лінії рівня $f(x,y)=p1$ буде знаходиться принаймні одна точка із множини розв'язків заданої системи нерівностей (див. Рис. 19). Так визначене значення $p1$ і буде шуканим оптимальним значенням заданої цільової функції $f(x,y)=(x-5)^2+(y-2)^2$.

В наведеному прикладі такого найменшого значення, рівного $2.13^2\approx 4.54$, функція $f(x,y)=(x-5)^2+(y-2)^2$ набуває в точці $x\approx 3,\ y\approx 1.35$, яка є одним із розв'язків заданої системи нерівностей (див. Рис. 19).

Список використаних джерел

[1] Франчук В.М. Використання веб-орієнтованого віртуального середовища Proxmox в педагогічних закладах освіти. *Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання*, 2019. № 21(28). С. 43-48.

[2] Жалдак М.І., Горошко Ю.В., Вінниченко Є.Ф. Математика з комп'ютером. Посібник для вчителів. 3-тє видання. Київ: НПУ імені М.П. Драгоманова. 2015. 325 с.

[3] Жалдак М.І., Кузьміна Н.М., Михалін Г.О. Теорія ймовірностей і математична статистика. Підручник для студентів фізико-математичних та інформатичних спеціальностей педагогічних університетів. Видання четверте, доповнене. Київ: НПУ імені М.П. Драгоманова. 2020. 747 с.

[4] Жалдак М.І., Кузьміна Н.М., Михалін Г.О. Теорія ймовірностей і математична статистика. Збірник вправ і задач. Для студентів фізико-математичних та інформатичних спеціальностей педагогічних університетів. Видання 2-ге, перероблене і доповнене. Київ. НПУ імені М.П. Драгоманова. 2019. 842 с.

References

[1] Franchuk V.M. (2019) Use of the web-oriented virtual environment Proxmox in pedagogical educational institutions. Scientific journal of NPU named after M.P. Dragomanova. Series №2. Computer-based learning systems. **21(28)**. P. 43-48. DOI 10.31392/NPU-nc.series 2.2019.21(28).08

[2] Zhaldak M.I., Horoshko Yu.V., Vinnychenko Ye.F. (2015) Mathematics with a computer. Teacher's Guide. 3rd edition. Kyiv: NPU named after M.P. Dragomanova. 325 p.

[3] Zhaldak M.I., Kuzmina N.M., Mykhalin H.O. (2020) Probability Theory and Mathematical Statistics. Textbook for students of physics, mathematics, and computer science specialties of pedagogical universities. The fourth edition is supplemented. Kyiv. 747 p.
[4] Zhaldak M.I., Kuzmina N.M., Mykhalin H.O. (2019) Probability Theory and Mathematical Statistics. Collection of exercises and tasks. Textbook for students of physics, mathematics, and computer science specialties of pedagogical universities. The second edition revised and supplemented. Kyiv. 842 p.

M.I. Zhaldak, V.M. Franchuk

SOME APPLICATIONS OF CLOUD TECHNOLOGIES IN MATHEMATICAL CALCULATIONS

Abstract. This article discusses some use of cloud technology in mathematical calculations using Remote Desktop Ulteo OVD. To use such technologies, it is enough to have access to the Internet through a suitable browser to access an open virtual desktop on a powerful remote computer and then use the resources of the remote computer (server) to solve their problems in processing various information resources – solving mathematical problems, working out texts, translating from one language to another, help on the interpretation of different terms, their origin and more. You can organize access to Ulteo OVD from two servers (Application Server (Windows 2008R2) and Session Manager Server (Linux Ubuntu)), using the Proxmox web-based virtual environment. Gran1, Gran2D, Gran3D software can be installed on the application server. The article also examines in detail some examples of the use of the pedagogical software for educational purposes Gran1. In particular, the calculation of the approximate value of the double integral; graphical two-dimensional problem solving, the so-called linear programming problems; two-dimensional problems, including convex programming – finding the smallest value of a convex downward function (or the highest convexity of a function) on a convex set of inequalities (including linear ones). However, the use in the educational process of any technology, including modern information and communication, as well as the content of training, should be pedagogically balanced, which will allow to avoid any negative effects on the formation of personality of a future member of society, his mental and physical development.

Keywords: cloud technology, remote desktop, Gran, dual integral, linear programming, convex programming.

DOI 10.31392/NPU-nc.series 2.2020.22(29).02
УДК 378.091.3 : 373.5.011.3 - 051] : 004

Юрій Савіянович Рамський[1], Оксана Віталіївна Струтинська[2], Марія Анатоліївна Умрик[3]
Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова,
м. Київ, Україна
[1]доктор педагогічних наук, професор,
ORCID ID: 0000-0003-2296-0654
y.s.ramsky@npu.edu.ua
[2]кандидат педагогічних наук, доцент,
ORCID ID: 0000-0003-3555-070X
o.v.strutynska@npu.edu.ua
[3]кандидат педагогічних наук, доцент,
ORCID ID: 0000-0002-0396-0045
m.a.umryk@npu.edu.ua

МОДЕРНІЗАЦІЯ ЗМІСТУ НАВЧАННЯ МАЙБУТНІХ ВЧИТЕЛІВ ІНФОРМАТИКИ В УМОВАХ СТАНОВЛЕННЯ ІНФОРМАЦІЙНОГО СУСПІЛЬСТВА

Анотація. В даному дослідженні розглядаються питання модернізації змісту навчання у процесі професійної підготовки майбутніх вчителів інформатики. Важливою передумовою для оновлення освітніх програм для підготовки майбутніх вчителів інформатики є швидкий темп розвитку інформаційно-комунікаційних технологій, виникнення нових міждисциплінарних напрямів, поява нових професій, пов'язаних з активним використанням новітніх технологій у виробництві, а також змінами в структурі та змісті навчання шкільного курсу інформатики протягом останніх років. Стрімкий розвиток вищезазначених прикладних галузей спричинює потребу у підготовці відповідних кваліфікованих фахівців, для навчання яких необхідне оновлення змісту шкільної та вищої освіти відповідно до вимог сьогодення. Таким чином розробка змісту і методичних систем навчання нових